Wybrane zagadnienia teorii grafów — seria 4

wykłady 5–7, 19.04.2013–17.05.2013

Zadanie 1. Pokaż, że jeśli graf dwudzielny jest planarny, to ma on wierzchołek o stopniu co najwyżej 3.

Zadanie 2. Dla grafów G i H oraz wierzchołka $v \in V(G)$ definiujemy graf $\mathrm{Wstaw}(G, v \to H)$ następująco: $V(\mathrm{Wstaw}(G, v \to H))$ jest sumą rozłączną $V(H)$ i $V(G) \setminus \{v\}$, a

$$E(\mathrm{Wstaw}(G, v \to H)) = E(G \setminus \{v\}) \cup E(H) \cup \{xy : x \in V(H), y \in N_G(v)\}.$$

Innymi słowy, by skonstruować $\mathrm{Wstaw}(G, v \to H)$ bierzemy sumę rozłączną $G \setminus \{v\}$ i H i łączymy wszystkie wierzchołki H z wszystkimi sąsiadami v w grafie G.

Pokaż, że jeśli G i H są doskonałe, i $v \in V(G)$, to $\mathrm{Wstaw}(G, v \to H)$ też jest doskonały.

Zadanie 3. Pokaż, że każdy graf planarny o minimalnym stopniu co najmniej 3 ma dwa sąsiadujące wierzchołki o sumie stopni co najwyżej 13.
Uwaga pierwsza: za to zadanie można otrzymać dwa punkty, jeśli się rozwiąże to zadanie dla sumy stopni 20*, a nie* 13*.*
Uwaga druga: to zadanie jest pomyślane dla Państwa jako trudne zadanie na poćwiczenie dischargingu, a nie jako zadanie na przegląd literatury (gdzie można je znaleźć). Dlatego ustalam następujące zasady: przy rozwiązywaniu tego zadania nie można próbować wyszukać jego rozwiązania w literaturze i w internecie, ani też powoływać się na żaden fakt, który nie był na wykładzie lub ćwiczeniach.