

## Seria zadań domowych - arytmetyka fl

**Zadanie 1** Chcemy obliczyć funkcję  $f(x) = \exp(10^7 x)$  w arytmetyce pojedynczej precyzji. Policz (przybliżony i względny) współczynnik uwarunkowania zadania dla  $x \in [-10, 10]$  i określ czy obliczanie w tej arytmetyce fl wartości  $f$  dla  $x = -6$  jest dobrze uwarunkowane ze względu na błąd względny?

**Zadanie 2** Chcemy w fl obliczyć  $f(x) = 2x - \sqrt{4x^2 + 7}$ . Rozpatrzmy dwa algorytmy: w pierwszym liczymy:

$$f := \sqrt{4x^2 + 7}; f := 2x - f;$$

a w drugim:

$$f := \sqrt{4x^2 + 7}; f := -7.0/(2x + f);$$

Który z nich należy zastosować do obliczenia w arytmetyce fl pojedynczej precyzji  $f(10^7)$ ? (Podać krótkie uzasadnienie - 1-2 zdania - nie trzeba formalnie dowodzić oszacowań)

**Zadanie 3** Pokaż, że następujący naturalny algorytm obliczania iloczynu skalarnego dwóch wektorów  $x, y \in \mathbb{R}^M$  tzn.  $x^T y = \sum_{k=1}^M x(k)y(k)$  jest numerycznie poprawny tzn. obliczamy

```
s=x(1)*y(1);
for k=2:M,
    s=s+x(k)*y(k);
endfor
```

**Zadanie 4** Pokaż, że następujący naturalny algorytm obliczania iloczynu macierz kwadratowej  $A \in \mathbb{R}^{M,M}$  i wektora  $x, \in \mathbb{R}^M$  tzn.  $y = Ax$  : jest numerycznie poprawny:

```
for j=1:M,
    y(j)=0;
    for k=1:M,
        y(j)=y(j)+A(j,k)*x(k);
    endfor
endfor
```

Wskazówka:  $w(j)$  jest iloczynem skalarnym  $j$ -tego wiersza  $A$  z  $x$ .

**Zadanie 5** (trudne) Pokaż, że następujący naturalny algorytm obliczania cosinusa kąta dwóch wektorów  $x, y \in \mathbb{R}^M$  tzn.  $\cos(x, y) = \frac{x^T y}{\sqrt{x^T x} \sqrt{y^T y}}$  jest numerycznie poprawny:

$$(a) a = \sqrt{\sum_{k=1}^M x_k^2}, b = \sqrt{\sum_{k=1}^M y_k^2}$$

$$(b) c = \sum_{k=1}^M x_k y_k$$

$$(c) w = c/(a * b)$$

Zakładamy że wynikiem funkcji pierwiastek w arytmetyce fl jest  $fl(\sqrt{x}) = x(1 + \epsilon)$  dla  $|\epsilon| \leq \nu$  i obliczanie iloczynu skalarnego  $w^T z$  jest standardowe jak w zadaniu na NP obliczania iloczynu skalarnego.