

# Pierwsze projekt z labu

Projekt składa się z dwóch części:

1. Napisania funkcji octave'a `cholr()` z metodą znajdowania czynnika rozkładu Choleskiego macierzy  $A = A^T > 0$  wymiaru  $M \times M$ , tzn. macierzy górnotrójkątnej  $R$  takiej że  $A = R^T R$  dla  $R$  wymiaru  $M \times M$  blokowym rekurencyjnym algorytmem dzielącym  $A$  na 4 bloki tzn. jeśli  $m = 1$  to  $R = \sqrt{A}$ , wtedy  $A$  to dodatni skalar a  $R$  to macierz  $1 \times 1$  czyli też skalar, w przeciwnym przypadku w kolejnych krokach liczymy:
  - (a) dzielimy blokowo wiersze/kolumny macierzy  $A$  tzn  $A=[A11,A12;A21,A22]$  np. tak by by wymiar macierzy kwadratowych  $A11, A22$  na blokowej diagonalu był równy sobie dla  $M$  parzystego - lub prawie równy, gdy  $M$  jest nieparzyste (choć algorytm działa dla dowolnego podziału. )
  - (b) wywołujemy rekurencyjnie funkcję  $R11=cholr(A11)$  znajdując odpowiedni rozkład Choleskiego tzn.  $R11 * R11 = A11$ ,
  - (c) wyliczamy wtedy  $R12$  rozwiązując backslashem odpowiedni układ z macierzą trójkątną otrzymując  $A12$  (określenie jaki układ to też część zadania)
  - (d) znajdujemy czynnik rozkładu Choleskiego  $R22$  odpowiedniej macierzy kolejnym wywołaniem rekurencyjnym `cholr()`,
  - (e) tworzymy nasz czynnik Choleskiego tzn.  $R=[R11,R12;0,R22]$  - zero oznacza blok zerowy odpowiedniego wymiaru.

(wśród używamy składni octave'a do zapisywania macierzy blokowego, przecinki oddzielają bloki wierszowo, średniki kolumnowo).

Parametrem funkcji:

```
function [R]=cholr(A)
% kod funkcji
end
```

ma być: macierz  $A$ ,

Funkcja ma zwracać macierze  $R$  czyli czynnik rozkładu Choleskiego.

## 2. Testy:

- (a) **Test czy metoda działa** Przetestować na kilku prostych przykładach dla losowych macierzy symetrycznych dodatnio określonych  $m \times m$  - np. dla  $m = 3, 10, 20$  sprawdzając czy  $\|R^T * R - A\|_1$  małe... Jak stworzyć losowa macierz symetryczną dodatnio określoną: np. losujemy macierz  $B$  i liczymy  $A = B^T B$ .
- (b) **Test dla trudnych przykładów** wziąć złą numerycznie macierz np. macierz Hilberta  $n \times n$  dla różnych  $n$  i powtórzyć testy jak w poprzednim punkcie.
- (c) **Test dla złych macierzy** Wziąć macierz symetryczną ale nieokreśloną dodatnio -funkcja powinna dać ostrzeżenie (jak to zrobić bez jakiś extra obliczeń?). Powinno się sprawdzić też symetryczność np. licząc  $\|A - A^T\|_1$ .
- (d) **Zastosowanie do rozwiązania układu równań liniowych** Zastosować tę funkcję do rozwiązania  $B^T Bx = b$  z losową macierzą  $B 20 \times 20$  i losowym wektorem prawej strony  $b$  - porównać z wynikiem otrzymanym operatorem `backslash`.
- (e) Mogę poprosić ad hoc o test z jakąś prostą macierzą.