

# Projekt z labu - LZNK

Zaprogramować funkcję rozwiązującą problem znalezienia współczynników wielomianu trygonometrycznego stopnia jeden postaci  $y(x) = a + b \cos(x) + c \sin(x)$  najlepiej przybliżającego dane punkty  $(x_k, y_k)$   $k = 1, \dots, m$  za pomocą metody Householdera tzn. szukamy  $(a, b, c)$  takiego, że

$$\sum_{k=1}^m |a + b \cos(x_k) + c \sin(x_k) - y_k|^2 = \min_{\hat{a}, \hat{b}} |\hat{a} + \hat{b} \cos(x_k) + \hat{c} \sin(x_k) - y_k|^2 =$$

czyli w funkcji rozwiązujemy LZNK:  $A * [a; b; c] \approx \vec{y}$  z macierzą  $A = [\vec{1}, \cos(\vec{x}), \sin(\vec{x})]$  dla wektorów  $\vec{x} = [x_1, \dots, x_m]^T$ ,  $\vec{1} = [1, \dots, 1]^T$ ,  $f(\vec{x}) = [f(x_1), \dots, f(x_m)]^T$  i wektorem prawej strony  $\vec{y} = [y_1, \dots, y_m]^T$ .

Jako input traktujemy wektory  $\vec{x}, \vec{y}$  długości  $m$ , jako output uzyskujemy:

- wektor  $[a; b; c]$  z rozwiązaniem tego LZNK,
- macierz  $A$  z LZNK
- macierz górnotrójkątną  $R$  wymiaru  $3 \times 3$  z rozkładu QR macierzy  $A$  metodą Householdera tzn.  $A = Q * [R; 0]$ ,
- trzykolumnową macierz  $B = [\vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3]$  wymiaru  $m \times 3$  - w której odpowiednie kolumny to wektory Householdera  $\vec{h}_k$   $k = 1, 2, 3$  dla macierzy Householdera  $H_k$  takich, że  $H_1 * H_2 * H_3 = Q$ .

Jeśli kolumny macierzy  $A$  okażą się zależne liniowo (numerycznie z jakąś tolerancją) - funkcja ma zwrócić odpowiedni komunikat na ekran.

## Testy:

1. Przetestować dla 3 różnych punktów z różnymi  $x_k$  - czy znajdzie krzywą przechodzącą przez te punkty
2. Przetestować dla punktów leżących na krzywej: tzn. wziąć kilka różnych (losowych?) punktów  $x_k$  z  $y_k = 1 + 2 * \cos(x_k) - 10 \sin(x_k)$  i sprawdzić czy funkcja zwróci  $a = 1, b = 2, c = -10$ .
3. Przetestować dla funkcji parzystej tzn. wziąć symetryczne punkty względem zero oraz  $y_k = 1 - x^2$  - czy otrzymana funkcja też jest parzysta tzn. czy  $c = 0$  lub prawie symetryczna  $c \approx 0$ ?
4. Przetestować dla punktów leżących blisko danej krzywej tzn. wziąć np.  $x_k = k/m$  dla  $k = 1, \dots, m$  dla różnych  $m > 1$  z  $y_k = 1 + 2 * \cos(x_k) - 10 \sin(x_k) + \epsilon_k$  dla  $\epsilon_k$  losowego z zakresu  $[-1e - 3, 1e - 3]$   
(funkcja octave'a **rand()** zwraca losowe punkty z zakresu  $[0, 1]$ ).
5. Sprawdzić czy rzeczywiście dla otrzymanych wektorów Householdera i macierzy  $R, A$  zachodzi

$$A = H_1 * H_2 * H_3 * [R; 0]$$

np. dla przykładów z poprzednich podpunktów (w tym celu można stworzyć macierze  $H_k$  i  $[R; 0]$  i te macierze wymnożyć, choć można tego uniknąć).

Przy testowaniu mogę poprosić o inne testy np. z innymi punktami.

Ocena za poprawne wyniki otrzymane opisaną metodą: 80% punktów, 20% za implementację, np. unikanie pętli tam gdzie to możliwe.