

## Drugi projekt z labu - LZNK

Zaprogramować funkcję rozwiązującą problem znalezienia współczynników paraboli  $y = ax^2 + b$  najlepiej przybliżającej dane punkty  $(x_k, y_k)$   $k = 1, \dots, m$  za pomocą metody Householdera tzn. szukamy  $(a, b)$  takiego, że

$$\sum_{k=1}^m |ax_k^2 + b - y_k|^2 = \min_{\hat{a}, \hat{b}} \sum_{k=1}^m |\hat{a}x_k^2 + \hat{b} - y_k|^2$$

czyli w funkcji rozwiązujemy LZNK:  $A * [a; b] \approx \vec{y}$  z macierzą  $A = [\vec{x}^2, \vec{1}]$  dla wektorów  $\vec{1} = [1, \dots, 1]^T$ ,  $\vec{x}^2 = [x_1^2, \dots, x_m^2]^T$  i wektorem prawej strony  $\vec{y} = [y_1, \dots, y_m]^T$ .

Jako input traktujemy wektory  $\vec{x}, \vec{y}$  długości  $m$ , jako output uzyskujemy:

- wektor  $[a; b]$  z rozwiązaniem tego LZNK,
- macierz  $A$  z LZNK
- macierz górnotrójkątną  $R$  wymiaru  $2 \times 2$  z rozkładu QR macierzy  $A$  metodą Householdera tzn.  $A = Q * [R; 0]$ ,
- dwukolumnową macierz  $B = [\vec{h}_1, \vec{h}_2]$  wymiaru  $m \times 2$  -w której odpowiednie kolumny to wektory Householdera  $\vec{h}_k$   $k = 1, 2$  dla macierzy Householdera  $H_k$  takich, że  $H_1 * H_2 = Q$ .

Jeśli kolumny macierzy  $A$  okażą się zależne liniowo - funkcja ma zwrócić odpowiedni komunikat na ekran.

### Testy:

1. Przetestować dla dwóch różnych punktów z różnymi  $x_k$  - czy znajdzie parabolę przechodzącą przez te punkty
2. Przetestować dla punktów leżących na paraboli: tzn. wziąć kilka różnych (losowych?) punktów  $x_k$  z  $y_k = 2 * x_k^2 - 10$  i sprawdzić czy funkcja zwróci  $a = 2, b = -10$ .
3. Przetestować dla punktów leżących blisko danej paraboli tzn wziąć np.  $x_k = k/m$  dla  $k = 1, \dots, m$  dla różnych  $m > 1$  z  $y_k = x_k^2 + 2 + \epsilon_k$  dla  $\epsilon_k$  losowego z zakresu  $[-1e-3, 1e-3]$  (funkcja octave'a **rand()** zwraca losowe punkty z zakresu  $[0, 1]$ ).
4. Sprawdzić czy rzeczywiście dla otrzymanych wektorów Householdera i macierzy  $R, A$  zachodzi

$$A = H_1 * H_2 * [R; 0]$$

np. dla przykładów z poprzednich podpunktów (w tym celu można stworzyć macierze  $H_k$  i  $[R; 0]$  i te trzy macierze wymnożyć, choć można tego uniknąć).

Przy testowaniu mogę poprosić o inne testy np. z innymi punktami.