

Kolokwium z Równań Różniczkowych Zwyczajnych - 18 maja 2000

Zadanie 1 (8 pkt) Dane jest równanie

$$yy'' - (y')^2 = 0$$

Znaleźć rozwiązanie ogólne tego równania.

Zadanie 2 (9 pkt) Dane jest równanie

$$x^{(4)} - x = \cos(2t) + 2t^3 - t^2 + t + 7$$

- (a) (6/9) Znaleźć rozwiązanie ogólne.
- (b) (1/9) Czy istnieją rozwiązania ograniczone dla $t \rightarrow +\infty$?
- (c) (1/9) Czy istnieją rozwiązania okresowe?
- (d) (1/9) Czy istnieją rozwiązania zbiegające do $+\infty$ dla $t \rightarrow +\infty$?

W podpunktach (b),(c),(d) podać postać odpowiednich rozwiązań (o ile istnieją).

Zadanie 3 (11 pkt) Dane jest równanie:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -4x_1 + x_2 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 - 2x_2 \\ \dot{x}_3 &= -7x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 \\ \dot{x}_4 &= 31x_1 - 11x_2 - 25x_3 - 8x_4 \end{aligned}$$

- (a) (8/11) Znaleźć rozwiązanie ogólne, oraz rozwiązanie spełniające warunek początkowy: $(x_1, x_2, x_3, x_4)^T(0) = (-1, 0, 0, 1)^T$.
- (b) (2/11) Czy istnieją trajektorie zawarte w prostych? Jeśli tak to określić kierunki tych prostych.
- (c) (1/11) Określić stabilność (czy jest i rodzaj) wszystkich punktów krytycznych tzn pktów dla których prawa strona równania jest równa zero.

Zadanie 4 (7 pkt) Dla równania

$$\begin{aligned} \dot{x} &= 2x^3 - 17x - y + 4x^3y \\ \dot{y} &= -3x - 7y + 2xy + xy^3 \end{aligned}$$

- (a) (5/7 pkt) Określić stabilność punktu $(0, 0)$ oraz jego typ np. siodło albo źródło itd.
- (b) (2/7 pkt) Naszkicować lokalne portrety fazowe w otoczeniu tego punktu (może być bardzo mało dokładny geometrycznie).