

Zadania na 26 IV 2013

13. Niech

$$\sum_{i=1}^k g_i f_i + \sum_{j=1}^n h_j (x_j^2 - x_j) = f$$

będzie wyprowadzeniem w systemie Nullstellensatz wielomianu f z f_1, \dots, f_k . Niech $d = \max_i(\deg(g_i f_i))$. Udowodnij, że istnieje wyprowadzenie f z f_1, \dots, f_k (nad tym samym ciałem) stopnia nie większego niż $\max(d, \deg(f))$.

14. Udowodnij wykładnicze dolne oszacowania na rozmiar dowodów w rachunku sekwentów/cedentów bez cięć, tj. pokaż, że istnieje rodzina tautologii $\{\tau_n : n \in \mathbb{N}\}$ oraz stała $c \in \mathbb{N}$ t. że:

- $\lim_{n \rightarrow \infty} (|\tau_n|) = \infty$
- najmniejszy dowód τ_n bez cięć jest rozmiaru co najmniej $2^{|\tau_n|^c}$

(pionowe krechy oznaczają oczywiście rozmiar).