

### Zadania na 8 III 2013

4. Niech  $\neg\text{OP}_n$  będzie zbiorem zawierającym następujące klauzule nad zmiennymi  $\{p_{ij} : 1 \leq i, j \leq n, i \neq j\}$ :

- $\overline{p_{ij}}, \overline{p_{ji}}$ , dla wszystkich  $i, j$ ,
- $p_{ij}, p_{ji}$ , dla wszystkich  $i, j$ ,
- $\overline{p_{ij}}, \overline{p_{jk}}, p_{ik}$ , dla wszystkich  $i, j, k$ ,
- $p_{i1}, \dots, p_{in}$ , dla wszystkich  $i$ .

Udowodnij, że  $\neg\text{OP}_n$  ma obalenie w rezolucji rozmiaru wielomianowego względem  $n$ .

5. Rozważmy następującą grę Prover-Adwersarz zadaną przez niespełnialną formułę zdaniową  $\varphi$ . W każdej rundzie Prover pyta się o wartość pewnej formuły, a Adwersarz odpowiada. W rundzie “zerowej” Prover musi spytać się o wartość  $\varphi$ , a Adwersarz odpowiedzieć “1”. Gra kończy się, gdy wśród Adwersarz zwartościował jakiegoś formuły niezgodnie z tabelką dla któregoś spójnika logicznego (czyli np. zwartościował  $\psi$  i  $\eta$  na 0, a  $\psi \vee \eta$  na 1). Proverowi zależy na jak najszybszym zakończeniu gry, Adwersarzowi — wręcz przeciwnie.

Udowodnij, że Prover ma strategię zapewniającą zakończenie gry w  $O(\log(l_F(\varphi)))$  rundach.