

Podstawy matematyki – ćwiczenia 13

10.01.2011 r.

1. Funkcje $f : P(\mathbb{N} \times \mathbb{N}) \rightarrow P(\mathbb{N} \times \mathbb{N})$ jest określona tak:

$$f(s) = s \cdot s.$$

Udowodnić, że f jest ciągła.

2. Udowodnić, że funkcja $f : P(\mathbb{N}) \rightarrow P(\mathbb{N})$ jest ciągła wtedy i tylko wtedy, gdy

$$f(a) = \bigcup \{f(e) \mid e \text{ skończony} \wedge e \subseteq a\}$$

dla dowolnego $a \in P(\mathbb{N})$.

3. Podaj przykład takiego przekształcenia monotonicznego f w kracie $\langle P(\mathbb{N}), \subseteq \rangle$, że kres górny zbioru $\{f^n(\emptyset) : n \in \mathbb{N}\}$ nie jest najmniejszym punktem stałym f . Czy można tak wybrać f , aby najmniejszy punkt stały nie istniał?