

## Podstawy matematyki – ćwiczenia 12

3.01.2011 r.

1. Załóżmy, że  $B \subseteq A \times A$ . Udowodnić, że istnieje maksymalny (ze względu na inkluzję) zbiór  $C \subseteq A$  taki, że  $C \times C \subseteq B$ .
2. Niech  $B \subseteq \mathbb{R}_+$ . Udowodnić, że istnieje zbiór  $C \subseteq \mathbb{R}$  taki, że
  - $\forall x, y \in C (x \neq y \rightarrow |x - y| \in B)$ ,
  - $\forall x (x \notin C \rightarrow \exists y \in C |x - y| \notin B)$ .
3. Udowodnić, że każdy częściowy porządek można rozszerzyć do porządku liniowego.
4. Dowolny podzbiór zbioru  $\mathbb{Z}$  nazwiemy zeznaniem. Zbiór zeznań  $R$  jest sprzeczny wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje  $i \in \mathbb{Z}$  takie, że  $i, -i \in \bigcup R$ . Udowodnić, że jeśli  $R$  jest dowolną rodziną zeznań, to istnieje maksymalna niesprzeczna rodzina zeznań  $R' \subseteq R$ .