

## Podstawy matematyki – ćwiczenia 10

13.12.2010 r.

1. W zbiorze  $\{2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 12, 24\}$  uporządkowanym częściowo przez relację podzielności wskazać wszystkie elementy minimalne, maksymalne, największe i najmniejsze. Czy istnieją w tym zbiorze trzelementowe łańcuchy lub antyłańcuchy?

2. Wskazać elementy maksymalne, minimalne, największe, najmniejsze w zbiorze

$$\{\{1, 2, 3, 4, 6\}, \{3\}, \{1, 2, 3, 4, 5\}, \{2, 3, 5\}, \{1, 2, 3, 4\}, \{1, 2\}\}$$

uporządkowanym przez inkluzję.

3. Podać przykład zbioru częściowo uporządkowanego z dwoma elementami maksymalnymi, jednym minimalnym, bez elementu najmniejszego i z takim czteroelementowym antyłańcuchem, który jest ograniczony z góry, ale nie ma kresu górnego.
4. Czy zbiór  $\{01^n \mid n \in \mathbb{N}\}$  ma kres górny (dolny) w zbiorze  $\{0, 1\}^*$  uporządkowanym leksyko-graficznie?
5. Czy zbiór  $\{0^n 1 \mid n \in \mathbb{N}\}$  ma kres górny (dolny) w zbiorze  $\{0, 1\}^*$  uporządkowanym leksyko-graficznie?
6. Ile jest relacji równoważności w  $\mathbb{N}$ , które są jednocześnie częściowymi porządkami?
7. Ile jest częściowych porządków w  $\mathbb{N}$ ?
8. Które z następujących twierdzeń jest prawdziwe dla dowolnego zbioru częściowo uporządkowanego  $\langle X, \leq \rangle$  oraz dowolnych  $A, B \subseteq X$ .
  - (a) Jeśli w  $X$  istnieje  $\sup(A \cup B)$ , to istnieją także  $\sup(A)$  i  $\sup(B)$ .
  - (b) Jeśli w  $X$  istnieją  $\sup(A)$  i  $\sup(B)$ , to istnieje także  $\sup(A \cup B)$ .