

Podstawy matematyki - ćwiczenia 4

25.10.2010 r.

1. Podać przykład 5-elementowej relacji na zbiorze liczb naturalnych i takiej, że jest ona
 - (a) symetryczna;
 - (b) zwrotna;
 - (c) przechodnia.
2. Czy relacja $\{\langle 0, 3 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 1, 5 \rangle, \langle 4, 5 \rangle, \langle 4, 2 \rangle\}$ w zbiorze $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ jest przechodnia?
3. Czy jest możliwe, żeby $R^{-1} \subsetneq R$?
4. Udowodnić, że relacja R jest przechodnia wtedy i tylko wtedy, gdy $R; R \subseteq R$.
5. Niech \mathcal{R} będzie niepustą rodziną relacji w $A \times B$ i niech $S \subseteq B \times C$. Udowodnić, że

$$(\bigcup \mathcal{R}); S = \bigcup \{R; S \mid R \in \mathcal{R}\}.$$

6. Niech \mathcal{R} będzie niepustą rodziną relacji przechodnich w A taką, że dla każdych $r, s \in \mathcal{R}$ zachodzi $r \subseteq s$ lub $s \subseteq r$. Udowodnić, że $\bigcup \mathcal{R}$ jest relacją przechodnią.
7. Ile jest funkcji, funkcji częściowych, funkcji różnowartościowych, funkcji na
 - (a) $\emptyset \rightarrow \emptyset$;
 - (b) $\{\cdot\} \rightarrow \emptyset$;
 - (c) $\emptyset \rightarrow \{\cdot\}$;
 - (d) $\{\cdot\} \rightarrow \{\cdot\}$;
 - (e) $\{\cdot, \square\} \rightarrow \{\cdot\}$;
 - (f) $\{\cdot\} \rightarrow \{\cdot, \square\}$?
8. Niech $f : A \rightarrow B$. Pokazać, że f jest różnowartościowa wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego C i dla każdych $g, h : C \rightarrow A$ zachodzi

$$f \circ g = f \circ h \rightarrow g = h.$$