

## Logika dla informatyków – ćwiczenia 14

17.01.2011 r.

1. Udowodnić, że zbiór tautologii logiki pierwszego rzędu nad sygnaturą składającą się tylko z równości jest rozstrzygalny.

Wskazówka: Niech  $\alpha$  będzie formułą o randze kwantyfikatorskiej  $q$ . Udowodnić, że każde dwie struktury o mocy co najmniej  $q$  nad powyższą sygnaturą są  $q$ -elementarnie równoważne. Wywnioskować stąd, że aby sprawdzić, czy  $\alpha$  jest tautologią wystarczy sprawdzić to w strukturach o mocy co najwyżej  $q$ .

2. Z badać złożoność obliczeniową algorytmu zaproponowanego w poprzednim zadaniu i udowodnić, że zbiór tautologii logiki pierwszego rzędu nad sygnaturą składającą się tylko z równości jest PSPACE-zupełny.
3. Udowodnić, że zbiór tautologii logiki pierwszego rzędu nad sygnaturą składającą się tylko z równości i skończenie wielu symboli stałych jest rozstrzygalny.