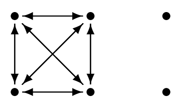
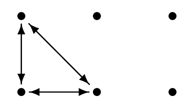
Logika dla informatyków – ćwiczenia 5
8.11.2010 r.

1. Dane są dwie sześcioelementowe struktury relacyjne nad sygnaturą złożoną z jednego dwuargumentowego symbolu relacyjnego.





Ustalić, jaką minimalną rangę kwantyfikatorową ma zdanie φ takie, że $\mathcal{A} \models \varphi$ i $\mathcal{B} \not\models \varphi$.

2. Dane są dwie struktury relacyjne $\mathcal{A} = \langle U, R^{\mathcal{A}} \rangle$ i $\mathcal{B} = \langle U, R^{\mathcal{B}} \rangle$, gdzie $U = \{1, \ldots, 15\}$ oraz

$$R^{\mathcal{A}}(x, y) \text{ wtw. } x \mid y$$
$$R^{\mathcal{B}}(x, y) \text{ wtw. } x \equiv y (mod\ 2).$$

Ustalić, jaką minimalną rangę kwantyfikatorową ma zdanie φ takie, że $\mathcal{A} \models \varphi$ i $\mathcal{B} \not\models \varphi$.

3. Niech R będzie jednoargumentowym symbolem relacyjnym. Udowodnić, że klasa wszystkich struktur $\mathcal{A} = \langle A, R \rangle$ takich, że
$$|R| = |A - R|$$
nie jest aksjomatyzowalna żadnym zbiorem zdań pierwszego rzędu.

4. Udowodnić, że klasa wszystkich (skończonych lub nie) grafów $\mathcal{A} = \langle A, E \rangle$, w których istnieją dwa różne wierzchołki o równych sobie skończonych stopniach nie jest aksjomatyzowalna żadnym zdaniem pierwszego rzędu.

5. Pokazać, że klasa wszystkich relacji równoważności, które mają skończenie wiele klas abstrakcji nie jest aksjomatyzowalna.