Logika dla informatyków – ćwiczenia 3
18.10.2010 r.

1. Czy jeśli h jest jednocześnie homomorfizmem i bijekcją, to jest izomorfizmem?
2. Udowodnić, że struktury $\langle P(\mathbb{R}), \cup, \cap \rangle$ i $\langle \{0,1\}^{\mathbb{N}}, \max, \min \rangle$, gdzie
$$\max(f,g)(x) = \max(f(x), g(x)),$$
$$\min(f,g)(x) = \min(f(x), g(x))$$
są izomorficzne.
3. Dla każdej z par struktur wskazać zdanie prawdziwe w jednej z nich, a w drugiej nie
   (a) $\langle \mathbb{N}, \leqslant \rangle$, $\langle \{m - \frac{1}{n} \mid m, n \in \mathbb{N} - \{0\}\}, \leqslant \rangle$,
   (b) $\langle \mathbb{N}, + \rangle$, $\langle \mathbb{Z}, + \rangle$.
4. Które z następujących struktur są izomorficzne?
   (a) $\langle \mathbb{N}, +, 0 \rangle$, $\langle \mathbb{N}, \cdot, 1 \rangle$,
   (b) $\langle \mathbb{R}, +, \cdot, 0, 1 \rangle$, $\langle P(\mathbb{N}), \cup, \cap, \emptyset, \mathbb{N} \rangle$,
   (c) $\langle P_2, \perp \rangle$, $\langle P_3, \perp \rangle$, gdzie P_2 – zbiór prostych w $\mathbb{R}^2$, P_3 – zbiór prostych w $\mathbb{R}^3$,
   (d) $\langle P_2, \perp \rangle$, $\langle P_2, \| \rangle$, gdzie P_2 – zbiór prostych w $\mathbb{R}^2$,
   (e) $\langle \mathbb{N} - \{0\}, \cdot \rangle$, $\langle \mathbb{N}^{\mathbb{N}}, + \rangle$, gdzie $(f+g)(n) = f(n) + g(n)$,
   (f) $\langle P_2, \| \rangle$, $\langle P_3, \| \rangle$, gdzie P_2 – zbiór prostych w $\mathbb{R}^2$, P_3 – zbiór prostych w $\mathbb{R}^3$.
5. Podać przykład zdania φ (sygnatura do wyboru) takiego, że dla każdego naturalnego n zdanie φ ma dokładnie 2^n nieizomorficznych modeli mocy n.