

## Logika dla informatyków - ćwiczenia 2

11.10.2010 r.

1. Niech  $\mathcal{N} = \langle \mathbb{N}, p^{\mathcal{N}}, q^{\mathcal{N}} \rangle$ , gdzie

$$\begin{aligned} \langle a, b \rangle \in p^{\mathcal{N}} & \quad \text{wtw.} \quad a + b \leq 6 \\ \langle a, b \rangle \in q^{\mathcal{N}} & \quad \text{wtw.} \quad b = a + 2. \end{aligned}$$

Zbadać, czy następujące formuły są spełnione przy wartościowaniu  $v(y) = 7$ ,  $v(z) = 1$  w strukturze  $\mathcal{N}$ .

- (a)  $\forall x p(x, y) \rightarrow \exists q(x, y)$ ,
- (b)  $\forall x p(x, y) \rightarrow \forall q(x, y)$ ,
- (c)  $\forall x p(x, y) \rightarrow \exists q(x, z)$ .

2. Niech  $\mathcal{A} = \langle \mathbb{Z}, f^{\mathcal{A}}, r^{\mathcal{A}} \rangle$  i  $\mathcal{B} = \langle \mathbb{Z}, f^{\mathcal{B}}, r^{\mathcal{B}} \rangle$ , gdzie

- $f^{\mathcal{A}} = \min(m, n)$ ,  $r^{\mathcal{A}}$  jest  $\geq$ ;
- $f^{\mathcal{B}} = m^2 + n^2$ ,  $r^{\mathcal{B}}$  jest  $\leq$ .

Zbadać, czy formuły są spełnione przy wartościowaniu  $v(z) = 5$ ,  $v(y) = 7$  w strukturach  $\mathcal{A}$  i  $\mathcal{B}$ .

- (a)  $\forall y (\forall x (r(z, f(x, y)) \rightarrow r(z, y)))$ ,
- (b)  $\forall y (\forall x (r(z, f(x, y))) \rightarrow r(z, y))$ ,

3. Zbadać, czy następujące formuły są tautologiami i czy są spełnialne

- (a)  $\exists x \forall y (p(x) \vee q(y)) \rightarrow \forall y (p(f(y)) \vee q(y))$ ;
- (b)  $\forall y (p(f(y)) \vee q(y)) \rightarrow \exists x \forall y (p(x) \vee q(y))$ ;
- (c)  $\exists x (\forall y q(y) \rightarrow p(x)) \rightarrow \exists x \forall y (q(y) \rightarrow p(x))$ .