

## Logika dla informatyków - ćwiczenia 1

4.10.2010 r.

1. Czy zachodzą następujące konsekwencje

(a)  $p \wedge q \rightarrow \neg r, p \models r \rightarrow \neg q,$

(b)  $p \wedge (q \rightarrow r), p \rightarrow q \models q \rightarrow r?$

2. Udowodnić, że dla dowolnej funkcji  $f : \{0, 1\}^k \rightarrow \{0, 1\}$  istnieje formuła  $\varphi$ , w której występują tylko spójniki  $\rightarrow$  i  $\perp$  oraz zmienne zdaniowe ze zbioru  $\{p_1, \dots, p_k\}$  o tej własności, że dla dowolnego wartościowania zdaniowego  $v$  zachodzi równość

$$\llbracket \varphi \rrbracket_v = f(v(p_1), \dots, v(p_k))$$

(czyli formuła  $\varphi$  definiuje funkcję zerojedynkową  $f$ ).

3. Niech  $X$  będzie dowolnym zbiorem niepustym. Dowolną funkcję  $v : V \rightarrow P(X)$  nazwiemy wartościowaniem w zbiorze  $P(X)$ . Każdej formule zdaniowej  $\varphi$  przypiszemy pewien podzbiór  $\llbracket \varphi \rrbracket_v$  zbioru  $X$ , który nazwiemy jej wartością przy  $v$ .

- $\llbracket \perp \rrbracket_v = \emptyset, \llbracket \top \rrbracket_v = X,$
- $\llbracket p \rrbracket_v = v(p),$
- $\llbracket \neg \varphi \rrbracket_v = X - \llbracket \varphi \rrbracket_v,$
- $\llbracket \varphi \vee \psi \rrbracket_v = \llbracket \varphi \rrbracket_v \cup \llbracket \psi \rrbracket_v,$
- $\llbracket \varphi \wedge \psi \rrbracket_v = \llbracket \varphi \rrbracket_v \cap \llbracket \psi \rrbracket_v,$
- $\llbracket \varphi \rightarrow \psi \rrbracket_v = (X - \llbracket \varphi \rrbracket_v) \cup \llbracket \psi \rrbracket_v.$

Udowodnić, że formuła  $\varphi$  jest tautologią wtedy i tylko wtedy, gdy jest prawdziwa w  $P(X)$ , tj. dla dowolnego  $v$  jej wartością jest zbiór  $X$ .

4. Zdaniowe logiki trójwartościowe (rozdział 13.1 w skrypcie).

5. Powtórzenie problemów obliczeniowych dla logiki zdaniowej i ich złożoności (SAT, 3-SAT, 2-SAT, QBF).