

Podstawy matematyki – ćwiczenia 10

16.12.2009 r.

Ćwiczenia

1. Pokazać, że $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \sim \mathbb{N}$.
2. Pokazać, że $\mathbb{Q} \sim \mathbb{N}$.
3. Pokazać, że jeśli $A \sim B$, to $P(A) \sim P(B)$.
4. Pokazać, że $\mathbb{R} \not\sim \mathbb{N}$.
5. Znaleźć moc zbioru odcinków o końcach wymiernych.
6. Znaleźć moc zbioru $P_{fin}(\mathbb{N})$ skończonych podzbiorów \mathbb{N} .
7. Udowodnić, że jeśli A jest dowolnym zbiorem parami rozłącznych otwartych przedziałów na prostej, to $\overline{A} \leq \aleph_0$.
8. Udowodnić, że zbiór punktów nieciągłości funkcji rosnącej z \mathbb{R} do \mathbb{R} jest co najwyżej przeliczalny.

Praca domowa

1. Znaleźć moc zbioru ciągów liczb wymiernych stałych od pewnego miejsca.
2. Niech relacja równoważności $r \subseteq \mathbb{R}^2$ będzie taka, że

$$\forall x \in \mathbb{R} \exists \epsilon > 0 ((x - \epsilon, x + \epsilon) \subseteq [x]_r).$$

Co można powiedzieć o mocy zbioru $\mathbb{R}/_r$?