

### Klasówka 1 z Algorytmów i Struktur Danych

1. Zaprojektuj algorytm, który sortuje w czasie  $O(n \log(k = 1))$  każdy ciąg liczbowy długości  $n$  zawierający  $k$  różnych wartości,  $1 \leq k \leq n$ .
2. (3 pkt) Ile permutacji wejściowych zbioru  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  daje po pierwszej fazie HeapSortu ciąg  $5, 3, 4, 1, 2$ ? Odpowiedź uzasadnić.
3. (5+4 pkt) Udowodnij, że scalenie w jeden ciąg uporządkowany  $k$  uporządkowanych rosnąco ciągów długości  $n$  wymaga co najmniej  $\Omega(nk \log k)$  porównań. Zaprojektuj efektywny algorytm scalania takich ciągów.
4. (8 pkt) Dane są dwa rozłączne zbiory punktów na płaszczyźnie

$$G = \{(x_1^G, y_1^G), (x_2^G, y_2^G), \dots, (x_n^G, y_n^G)\}$$

i

$$D = \{(x_1^D, y_1^D), (x_2^D, y_2^D), \dots, (x_n^D, y_n^D)\}$$

takie, że dla każdej pary indeksów  $i, j$ ,  $1 \leq i, j \leq n$ ,  $y_i^D < y_j^G$ . Zaprojektuj efektywny algorytm, który znajdzie odległość między zbiorami  $G$  i  $D$  w metryce miejskiej. Zanalizuj złożoność swojego algorytmu.

*Dla punktów  $p = (a, b)$  i  $q = (c, d)$  ich odległość w metryce miejskiej definiuje się jako  $d(p, q) = |a - c| + |b - d|$ . Odległość między zbiorami  $A$  i  $B$  to  $d(A, B) = \min(\{d(p, q) : p \in A, q \in B\})$ .*

Uwaga: W miarę możliwości algorytmy należy opisywać słowami, ale na tyle precyzyjnie, żeby można było zanalizować ich złożoność.

Zadania oddajemy na pojedynczych kartkach.