ZADANIE 14 (CW)

Udowodnij, że:

1. $$f[x_0, x_1, \cdots, x_k] =$$
$$= \sum_{j=0}^{k} \frac{f(x_j)}{(x_j - x_0)(x_j - x_1)\cdots(x_j - x_{j-1})(x_j - x_{j+1})\cdots(x_j - x_k)}$$

2. Jeśli
$$a = x_0 < x_1 < \cdots < x_n = b$$
to
$$\|(x - x_0)(x - x_1)\cdots(x - x_n)\|_{\infty,[a,b]} \leqslant \frac{n!h^{n+1}}{4}$$
gdzie $h = \max_j (x_{j+1} - x_j)$.

3. Jesli
$$a = x_0 < x_1 \cdots < x_n = b$$
to
$$\|l_j\|_{\infty,[a,b]} \leqslant \frac{n!}{j!(n-j)!}\frac{h}{h_1},$$
gdzie $h_1 = \min_j (x_{j+1} - x_j)$, zaś l_j jest elementem bazy Lagrange'a.

Wygodnie tu zastosowac indukcję.
Wyciągnij wniosek o symetrii różnicy dzielonej i zastosuj punkt 2. do oszacowania błędu interpolacji Lagrange'a.