

Kartkówka 1

16 października 2015

Wszystkie odpowiedzi trzeba uzasadnić.

Zadanie 1. Sformułuj Lemat Dirichleta o przybliżaniu liczb niewymiernych liczbami wymiernymi.

Zadanie 2. Policz $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an+b}{cn+d}$, gdzie a, b, c, d są liczbami rzeczywistymi oraz $c \neq 0$.

Zadanie 3. Niech $P(t)$ będzie wielomianem stopnia d jednej zmiennej t o współczynnikach rzeczywistych, który dla argumentów całkowitych przyjmuje całkowite wartości. Udowodnij, że istnieją liczby całkowite a_0, \dots, a_d , takie, że:

$$P(t) = a_d \binom{t+d}{d} + a_{d-1} \binom{t+d-1}{d-1} + \dots + a_0 \binom{t}{0},$$

gdzie dla $x \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{Z}$ definiujemy $\binom{x}{n} = \frac{x(x-1)\dots(x-n+1)}{n!}$.