Zadania z EON – zestaw 7.

Zadanie 1 Niech A i B będą stożkami wypukłymi. Wykaż, że zbiór $A+B$ jest również stożkiem wypukłym.

Zadanie 2 Niech $A \subset \mathbb{R}^n$ będzie stożkiem wypukłym. Wykaż, że zbiór

$$A^o = \{y \in \mathbb{R}^n \quad : \quad \langle x\,,\,y\rangle \leq 0 \text{ dla wszystkich } x \in A\}$$

jest stożkiem wypukłym i że jest to zbiór domknięty. Dla przypomnienia: jest to stożek *polarny* stożka A.

Zadanie 3 Dla podanych zbiorów A znaleźć zbiór $F_A(x)$ kierunków dopuszczalnych, stożek styczny $T_A(x)$ oraz stożek normalny $N_A(x)$ w punkcie $x \in A$.

a) $x = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,1,1) \in A = \{(x_1,x_2,x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 1\}$;

b) $x = (-3,-3,1) \in A = \{(x_1,x_2,x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid \max\{|x_1+1|, -x_2-1\} \leq 2\}$;

c) $x = (0,\sqrt{3}) \in A = \{(x_1,x_2) \in \mathbb{R}^3 \mid (x_1-1)^2 + x_2^2 \leq 4\}$;

d) $x = (1,2,3) \in A = \{(x_1,x_2,x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid |x_1| + |x_3| \leq 4\}$;