

## Zadania z EON – zestaw 5.

**Zadanie 1** Znajdź minimalny obwód prostokątnej działki o zadanym polu powierzchni 4 arów.

**Zadanie 2** Znajdź maksymalną objętość graniastosłupa o zadanym polu powierzchni bocznej  $24\text{cm}^2$ .

**Zadanie 3** Znajdź punkt leżący na walcu  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + z^2 = 16\}$ , najbliższy punktowi  $(1, 2, 1)$ .

**Zadanie 4** Za każdą godzinę pracy otrzymujemy 16 złotych; funkcja użyteczności wyrażająca nasze zadowolenie  $Z$  z zarobienia  $W$  złotych i posiadania  $L$  godzin czasu wolnego jest dana wzorem  $u(W, L) = W^{3/4}L^{1/4}$ . Jak optymalnie rozdysponować 60 godzin między pracą a wypoczynkiem?

**Zadanie 5** Do wyprodukowania  $q$  jednostek towaru niezbędny jest kapitał  $K$  i praca  $L$ , przy czym  $q = 10K^{1/4}L^{1/4}$ . Oblicz minimalny koszt  $C(q)$  wyprodukowania  $q$  jednostek towaru, jeśli jednostka kapitału kosztuje 300 zł, a jednostka pracy 100 zł. Jaka wielkość produkcji daje maksymalny zysk, gdy jednostkowa cena zbytu wynosi 2000 zł?

**Zadanie 6** Oblicz najniższy możliwy koszt  $C(q)$  wyprodukowania  $q$  jednostek towaru, gdy za surowce trzeba zapłacić  $p_x x + p_y y$ , a funkcją produkcji jest

$$\text{a) } q = Ax^\alpha y^\beta \qquad \text{b) } q = (x^\gamma + y^\gamma)^{1/\gamma}$$

**Zadanie 7** Konsument chce wydać 1280 zł na dwa dobra, X i Y, kosztujące odpowiednio 1 zł i 16 zł za jednostkę. Jego funkcja użyteczności opisująca, jak ceni on sobie  $x$  jednostek dobra X i  $y$  jednostek dobra Y, jest dana wzorem  $U(x, y) = x^{3/4}y^{1/4}$ . Ile jednostek każdego z dóbr powinien zakupić konsument by zmaksymalizować ich użyteczność (zmaksymalizować funkcję użyteczności)?

**Zadanie 8** Wiadomo, że konsumenta charakteryzuje funkcja użyteczności Cobba-Douglasa  $u_\alpha(x, y) = x^\alpha y^{1-\alpha}$ . Parametr  $\alpha$  jest nieznanym, ale wiadomo, że natrafiając na problem maksymalizacji użyteczności

$$\text{zmaksymalizować } u_\alpha(x, y) \text{ przy założeniu } x + y = 3$$

konsument wybierze  $x = 1$ ,  $y = 2$ . Zakładając, że wybór konsumenta jest optymalny, znajdź wartość  $\alpha$ .

**Zadanie 9** Tygodniowa produkcja pewnego towaru jest opisana funkcją Cobba-Douglasa  $Q = L^{1/4}K^{3/4}$ , gdzie  $L$  oznacza ilość pracy, a  $K$  ilość kapitału. Oblicz najniższy koszt wyprodukowania w ciągu tygodnia 5000 jednostek towaru przy stawce 5zł za godzinę. Przyjmij cenę kapitału równą 1.