Zadania z EON – zestaw 5.

Zadanie 1 Sprawdź quasiwypukłość następujących funkcji:

a) $f(x_1, x_2) = \sqrt{|x_1| + |x_2|}$, **b)** $f(x_1, x_2) = \max\{|x_1 - 1|, x_2\}$,

c) $f(x_1, x_2) = \ln(1 + |x_1 + 1| + 2|x_2 + 2|)$ **d)** $f(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^4$,

Zadanie 2 Niech I będzie odcinkiem, $f : I \to \mathbb{R}$. Udowodnij, że jeśli f jest monotoniczna to jest zarówno quasiwypukła, jak i quasiwklęsła.

Zadanie 3 Jak poprzednio, niech I będzie odcinkiem, $f : I \to \mathbb{R}$. Udowodnij, że jeśli funkcja f przyjmuje co najwyżej jedno minimum (odpowiednio maksimum) to jest quasiwypukła (odpowiednio quasiwklęsła).

Zadanie 4 Podaj przykład dwóch funkcji quasiwypukłych, których suma nie jest quasiwypukła.

Zadanie 5 Niech funkcja $g = H \circ f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ będzie złożeniem quasiwypukłej (odpowiednio quasiwklęsłej) funkcji $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ i ściśle rosnącej funkcji $H : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Udowodnij, że g jest również funkcją quasiwypukłą (odpowiednio quasiwklęsłą).

Zadanie 6 Niech $f(x, y, z) = \alpha \ln x + \beta \ln y + \gamma \ln z$ i $g(x, y, z) = Ax^\alpha y^\beta z^\gamma$ będą funkcjami określonymi na zbiorze $\mathbb{R}^3_+$. Badając wypukłość (wklęsłość) funkcji f sprawdź, dla jakich $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ funkcja g jest quasiwypukła (quasiwklęsła).