

Zadania z EON – zestaw 2.

Zadanie 1 Zbadaj określoność macierzy symetrycznych

a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

Zadanie 2 Dla jakich wartości $t \in \mathbb{R}$ macierz $\begin{pmatrix} t & 2 \\ 2 & 2t \end{pmatrix}$

- a) jest dodatnio określona?
- b) jest dodatnio półokreślona, ale nie dodatnio określona?
- c) jest ujemnie określona?
- d) jest ujemnie półokreślona, ale nie ujemnie określona?
- e) nie jest określona?

Zadanie 3 Znajdź punkty krytyczne funkcji f i zbadaj, czy funkcja ma w nich ekstrema lokalne, czy punkty siodłowe, dla

- a) $f(x, y) = 5x^2 + y^2 - 4xy - 2x + 3$,
- b) $f(x, y) = x^3 - y^2 - 4xy - 3x$,
- c) $f(x, y) = 2x^2 + 2y^2 - 4xy - x^4 - y^4$,
- d) $f(x, y) = 3x^2 - y^3 + 12xy - 36y$,
- e) $f(x, y) = 5xy - 2x^2 - 2y^2$.

Czy któreś z tych ekstremów lokalnych jest również ekstremum globalnym?

Zadanie 4 Podaj przykład funkcji

- a) nieciągłej, określonej na odcinku domkniętym,
- b) ciągłej, określonej na półpłaszczyźnie,
- c) ciągłej, określonej na kuli otwartej w \mathbb{R}^3 ,

która nie osiąga na tym zbiorze ani minimum, ani maksimum.

Zadanie 5 Koszt produkcji x sztuk produktu X i y sztuk produktu Y wynosi $4x^2 + xy + 2y^2$. Zakładając, że jedną sztukę produktu X i Y można sprzedać za odpowiednio $p_X = 150 - 5x + y$ oraz $p_Y = 30 + 2x - 2y$, oblicz, ile sztuk każdego z produktów należy wyprodukować, by zmaksymalizować zysk.