Ćwiczenia nr 3
Kognitywistyka: Wstęp do matematyki
Elementy kombinatoryki, 16.10.2017

Zadanie 1. Uzupełnić zadania z ćwiczeń nr 2.

Zadanie 2. Ile jest funkcji *różnowartościowych* $f : \{0, 1\} \to \{0, 2, 4\}$?

Zadanie 3. Ile jest funkcji *na* $f : \{0, 1, 2\} \to \{0, 2\}$?

Zadanie 4. Napisać wzór na funkcję *odwrotną* do funkcji f lub uzasadnić, że funkcja f nie ma funkcji odwrotnej, jeśli

(a) $f : \{0, 1, 2\} \to \{2, 4, 6\}$, $f(0) = 6$, $f(1) = 4$, $f(2) = 2$;
(b) $f(n) =$ reszta z dzielenia $2n$ przez 3, $n = 3, 7, 11$;
(c) $f(x) =$ reszta z dzielenia 2^x przez 13, $n = 0, 1, 2, \ldots, 11$;
(d) $y = 3x - 1, x \in \mathbb{R}$;
(e) $f : x \mapsto x^2$, $x \in [-1, 0)$.

Zadanie 5. Test egzaminacyjny składa się z 12 zadań. Przy każdym z nich należy napisać T, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub N, jeśli zdanie jest fałszywe. Na ile sposobów może ten test wypełnić student, który zdecydował się zakreślać odpowiedzi losowo?

Zadanie 6. Grupa składa się z 15 małżeństw. Na ile sposobów można spośród nich wybrać czteroosobową delegację, jeśli w skład delegacji nie może wchodzić żadne małżeństwo?

Zadanie 7. Na ile sposobów można podzielić 7 osób na dwie grupy co najmniej dwu-osobowe?

Zadanie 8. Ile jest różnych rozdań brydżowych?

Zadanie 9. Na ile różnych sposobów można posadzić Adama, Basię, Czarka i Daszę przy okrągłym stole? A jeśli chcemy by Adam i Czarek nie siedzieli obok siebie? Uwaga, dwa sposoby usadzenia uważamy za takie same, jeśli w obu sposobach każda z osób ma tych samych sąsiadów zarówno po lewej, jak i prawej stronie.

Zadanie 10. Na ile różnych sposobów można posadzić n osób przy okrągłym stole?

Zadanie 11. Ile jest liczb 99-cyfrowych, w których cyfra 9 występujq e 11 razy, a 0 nie występuje ani razu.

Zadanie 12. Na ile sposobów można ustawić k wież na szachownicy 8×8, by żadne dwie nie biły się.

Zadanie 13. W lodziarni jest 7 gatunków lodów. Ile różnych deserów może z tego sporządzić ekspedientka, jeśli w pucharku mieści się nie więcej niż 5 kulek lodów, a pusty pucharek nie jest deserem?

Zadanie 14. Na ile sposobów można pomalować ściany sześcianu sześcioma kolorami? (Dwa sposoby uważamy równoważne, jeśli dadzą się otrzymać jeden z drugiego przez obrót sześcianu.)

Zadanie 15. Wykazać, że $\binom{2n}{n} = \binom{n}{0}^2 + \binom{n}{1}^2 + \ldots + \binom{n}{n-1}^2 + \binom{n}{n}^2$.