

Teoria baz danych: Druga praca domowa

Utworzone: 9 maja 2012. Termin: **23 maja 2012**

Każde zadanie będzie ocenione w skali 0-5. Odpowiedź bez komentarzy (dowodu) da nie więcej niż 1 punkt.

1. Przyjmijmy, że baza danych nad sygnaturą zawierającą dwa symbole binarne E i F reprezentuje dwa grafy nieskierowane, $G_E = (\pi_1 E \cup \pi_2 E, E)$ i $G_F = (\pi_1 F \cup \pi_2 F, F)$. Napisz zapytanie boole'owskie w języku FIX-POINT, które zwraca pustą krotkę $\langle \rangle$ wtedy i tylko wtedy gdy średnica grafu G_E jest nie większa niż średnica grafu G_F .

Przypomnienie: Średnicą grafu $G = (V, E)$ nazywamy liczbę $diam(G) = \max_{u,v \in V} d(u,v)$, gdzie $d(u,v)$ to długość najkrótszej ścieżki między u i v ; $d(u,u) = 0$.

2. Rozważmy sygnaturę zawierającą symbole binarne M, E i symbole unarne A, B , gdzie E reprezentuje graf $G_E = (\pi_1 E \cup \pi_2 E, E)$, M jest relacją następnika na zbiorze $R = \pi_1 M \cup \pi_2 M$, a zbiory A i B są podziałem $\pi_1 M \cup \pi_2 M$. Dodatkowo zakładamy, że liczba wierzchołków G_E jest nie większa niż $|R|$. Baza danych nad tą sygnaturą zadaje następujący wariant gry GEOGRAFIA. Gra rozpoczyna się w pewnym wierzchołku startowym i obejmuje rundy indeksowane elementami zbioru R . W każdej rundzie gracze (A lub B) wybierają następnika bieżącego wierzchołka: jeśli numer rundy należy do A , to wyboru dokonuje gracz A , a jeśli należy do B , wybiera gracz B . Przegrywa gracz, który wybierze wierzchołek, który był już wcześniej odwiedzony. Wykaż, że istnieje zapytanie języka WHILE, zwracające zbiór wierzchołków, z których gracz A ma strategię wygrywającą.
3. Podaj przykład zależności zupełnych τ i σ_i dla $i \in \mathbb{N}$, spełniających poniższe warunki dla wszystkich $i \in \mathbb{N}$:

$$\sigma_i \models \sigma_{i+1}, \quad \sigma_{i+1} \not\models \sigma_i, \quad \{\tau, \sigma_{i+1}\} \models \sigma_i, \quad \tau \not\models \sigma_i.$$

4. Pokazać, że następujący problem implikacji dla zależności zupełnych jest EXPTIME-trudny: dla danego zbioru zależności zupełnych Σ i pojedynczej zależności zupełnej τ rozstrzygnąć, czy $\Sigma \models \tau$.

Wskazówka: Zredukować następujący problem: dla danej maszyny Turinga M i liczby naturalnej n (danej unarnie) rozstrzygnąć, czy M akceptuje słowo puste w 2^n krokach.