Teoria baz danych: Druga praca domowa

Filip Murlak

Utworzone: 5 maja 2010. Zmodyfikowane: 6 maja 2010.

Termin: **18 maja** 2010

Każde zadanie będzie ocenione w skali 0-5. Odpowiedź bez komentarzy (dowodu) będzie oceniona na nie więcej niż 3 punkty.

1. Niech $\mathcal{R} = \{R\}$. Powiemy, że $X \subseteq \operatorname{sort} R$ jest *nasycony* względem zbioru zależności funkcyjnych Σ nad $\mathcal{R}$, o ile $X = X^*$. (Przypominamy, że $X^* = \{A \in \operatorname{sort} R \mid \Sigma \models X \to A\}$.) Niech $\mathcal{N}(\Sigma)$ oznacza rodzinę wszystkich nasyconych podzbiorów $\operatorname{sort} R$.
   (a) Wykazaż, że rodzina $\mathcal{N} = \mathcal{N}(\Sigma)$ spełnia następujące warunki: (i) $\operatorname{sort} R \in \mathcal{N}$; (ii) jeśli $Y, Z \in \mathcal{N}$, to $Y \cap Z \in \mathcal{N}$.
   (b) Wykazaż, że każda dla każdego $\mathcal{M} \subseteq \mathcal{P}(\operatorname{sort} R)$ spełniającego warunki (i) i (ii) istnieje zbiór zależności Σ nad $\mathcal{R}$, taki że $\mathcal{M} = \mathcal{N}(\Sigma)$. Wskazówka: $\{Y \to Z \mid \forall_{X \in \mathcal{M}} Y \subseteq X \implies Z \subseteq X\}$.

2. Wykaż, że nie istnieje zbiór zupełnych zależności generujących krotki Σ i nietrywialna zależność generująca równości τ, dla których $\Sigma \models \tau$.

   Wskazówka: Dla dowolnej instancji I istnieje $I' \supseteq I$ spełniające Σ. Wybierz I, które nie spełnia σ.

3. Niech $k > 1$ będzie liczbą naturalną. Udowodnij, że istnieje schemat $\mathcal{R}$ zawierający unarny symbol relacyjny U (i być może inne symbole) i zbiór zależności funkcyjnych i inkluzyjnych Σ, dla których
   - jeśli $\mathbb{A} \models \Sigma$, to $|U^{\mathbb{A}}| \in \{0, 1\}$ lub $|U^{\mathbb{A}}| \geq k$;
   - dla każdego $\ell \geq k$ istnieje $\mathbb{A}$ spełniająca Σ taka, że $|U^{\mathbb{A}}| = \ell$.

   (*) Pokaż, że nie można żądać $|U^{\mathbb{A}}| = \{0, 1, k\}$.

4. Niech $\Phi_n = \{R(x_i, y_i, z_{2i}), R(x_i, y_{i+1}, z_{2i+1}) \mid i = 0, 1, \ldots, n\}$ i τ_n będzie formułą $\forall \bar{x}, \bar{y}, \bar{z} \left(\bigwedge_{\varphi \in \Phi_n} \varphi\right) \implies z_0 = z_{2n+1}$. Pokaż, że
   (a) $\tau_n \models \tau_0$, ale $\tau_0 \not\models \tau_1$ dla każdego $n > 0$;
   (b) $\tau_n \models \tau_k$ dla każdych $n, k > 0$.