. . . .
imię, nazwisko, numer indeksu

Egzamin z RPiS (część I - 45 minut, 5 lutego 2018)

Zadanie 1 (1 punkt)**.** Niech $P(A) = 0,5$, $P(B|A) = 0{,}6$, $P(B|\Omega - A) = 0{,}4$. Policz $P(A|B)$.

Zadanie 2 (1 punkt)**.** Niech $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n$ $(n > 1)$ będą zdarzeniami niezależnymi takimi, że $P(A_n) = \frac{1}{n}$. Jaka jest najmniejsza możliwa moc Ω?

Zadanie 3 (1 punkt)**.** Niech $P(X = 1) = \frac{2}{5}, P(X = 10) = \frac{3}{5}$.

Wówczas $E(X^2) = \ldots\ldots$

Zadanie 4 (1 punkt)**.** Niech $P(X = 1) = P(X = 2) = P(Y = 1) = P(Y = 2) = \frac{1}{2}$. Podaj najmniejszą i największą możliwą wartość EXY.

$$\ldots\ldots \leq EXY \leq \ldots\ldots$$

Zadanie 5 (2 punkty)**.** Rzucamy 100 razy symetryczną monetą. Niech X będzie liczbą uzyskanych orłów. Oszacuj $P(X \geq 70)$ z nierówności Markowa i Czebyszewa.

- Markow: $P(X \geq 70) \leq \ldots\ldots$
- Czebyszew: $P(X \geq 70) \leq \ldots\ldots$

Zadanie 6 (3 punkty)**.** Niech X_1, X_2 będą zmiennymi losowymi o tym samym rozkładzie o funkcji tworzącej g_X, a $P(L = 1) = P(L = 2) = \frac{1}{2}$. Wszystkie zmienne losowe X_1, X_2 i L są niezależne. Niech $Y = X_1 + X_2, Z = 2X_1, T = X_1L$. Wyraź następujące funkcje tworzące przez g_X:

$g_Y(t) = \ldots\ldots$

$g_Z(t) = \ldots\ldots$

$g_T(t) = \ldots\ldots$

Zadanie 7 (2 punkty)**.** Podaj zmienne losowe X, Y o tym samym rozkładzie takie, że $P(X = Y) = 0$, $P(X > Y) \neq \frac{1}{2}$.

Zadanie 8 (2 punkty)**.** Niech $X_1, X_2, \ldots$ będzie ciągiem zmiennych losowych o rozkładzie Pois(2), a $Y \sim N(0,1)$. Dla jakiego $f(n)$ zachodzi $\lim_{n\to\infty} P(\sum_{i=1}^{n} X_i > f(n)) = P(Y > 1)$?

$f(n) = \ldots\ldots$

Zadanie 9 (2 punkty)**.** Podaj przykład nieredukowalnego łańcucha Markowa o 7 stanach, w którym stan 1 ma okres 3.

Zadanie 10 (2 punkty)**.** Niech X ma rozkład t Studenta o 2 stopniach swobody, a Y ma rozkład χ^2 o 2 stopniach swobody. Podaj wartości dystrybuant w zerze:

$F_X(0) = \ldots\ldots$ $F_Y(0) = \ldots\ldots$

Zadanie 11 (3 punkty)**.** Maszyna losująca rzuca dwiema kostkami sześciennymi i dodaje do sumy wyników nieznany parametr s. W trzech kolejnych losowaniach wylosowaliśmy 21, 24 i 25. Chcemy wyestymować parametr s na podstawie tej próby. Podaj funkcję wiarygodności. Jaką wartość parametru s daje metoda największej wiarygodności?

Funkcja wiarygodności: $L(s; 21, 24, 25) = \ldots\ldots$

Estymator największej wiarygodności: $\hat{s}(21, 24, 25) = \ldots\ldots$