. . . .
imię, nazwisko, numer indeksu

Egzamin poprawkowy z RPiS (część I - 60 minut, 11 marca 2013)

Wskazówka: pisanie obliczeń na tej kartce nie jest obowiązkowe, ale może zaowocować większą liczbą punktów w przypadku drobnych błędów rachunkowych. Podobnie jest z innymi uzasadnieniami.

Zadanie 1 (1 punkt)**.** Rzucamy 2013 symetrycznymi monetami. Podaj wartość oczekiwaną łącznej liczby wyrzuconych reszek.

$EX = \ldots\ldots$

Zadanie 2 (2 punkty)**.** Trzy koty łowią myszy. Kot i-ty łowi mysz z prawdopodobieństwem $\frac{i}{6}$, przy czym zdarzenia te są niezależne. Niech X będzie liczbą złowionych myszy. Policz $P(X = 1)$ i wariancję X.

$P(X = 1) = \ldots\ldots$ $\quad\quad$ $\mathrm{Var}X = \ldots\ldots$

Zadanie 3 (2 punkty)**.** Niech X, Y będą zmiennymi losowymi o wartościach naturalnych o skończonej wartości oczekiwanej i wariancji. Dla każdego z poniższych wzorów napisz A jeśli jest spełniony zawsze, B jeśli jest spełniony nie zawsze ale przy założeniu niezależności, C jeśli nawet dla niezależnych zmiennych nie musi zachodzić. Za dobrą odpowiedź 0,5 punktu, za złą -0,5 punktu.

- $\ldots\ldots E(X + Y) = EX + EY$
- $\ldots\ldots \mathrm{Var}(X + Y) = \mathrm{Var}(X) + \mathrm{Var}(Y)$
- $\ldots\ldots g_X(t)g_Y(t) = g_{X+Y}(t)$ (funkcje tworzące)
- $\ldots\ldots E(X^Y) = (EX)^{EY}$

Zadanie 4 (1 punkt)**.** Niech X będzie liczbą punktów, które dostanie osoba odpowiadająca losowo za poprzednie zadanie (tzn. daje losowo odpowiedź A, B lub C, niezależnie w każdym podpunkcie). Policz EX i $\mathrm{Var}X$.

$EX = \ldots\ldots$ $\quad\quad$ $\mathrm{Var}X = \ldots\ldots$

Zadanie 5 (1 punkt)**.** Niech $X_n \sim Binom(n, \frac{1}{n})$. Policz $\lim_{n\to\infty} P(X_n = 3)$.

$\lim_{n\to\infty} P(X_n = 3) = \ldots\ldots$

Zadanie 6 (2 punkty)**.** Niech $X \sim Pois(4)$. Oszacuj z góry $P(X \geq 8)$ z nierówności Markowa i Czebyszewa.

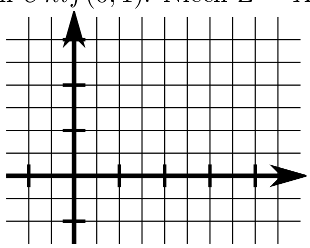
Markow: $P(X \geq 8) \leq \ldots\ldots$

Czebyszew: $P(X \geq 8) \leq \ldots\ldots$

Zadanie 7 (1 punkt)**.** Funkcja gęstości pewnego rozkładu ciągłego jest równa $f_X(x) = x$ na przedziale $[0, a]$, i 0 poza tym przedziałem. Jaka jest wartość a?

$a = \ldots\ldots$

Zadanie 8 (2 punkty)**.** Niech X, Y będą dwiema zmiennymi niezależnymi o rozkładzie jednostajnym $Unif(0,1)$. Niech $Z = X + Y$. Narysuj wykres funkcji gęstości Z.



Zadanie 9 (1 punkt)**.** Dystrybuanta pewnego rozkładu ciągłego jest równa $F_X(n) = 1 - \frac{1}{n}$ dla n całkowitych dodatnich. Jakie wartości może przyjmować $F_X(\pi)$?

$F_X(\pi) \in \ldots\ldots$

Zadanie 10 (1 punkt)**.** Niech $X \sim Exp(10)$. Jaki rozkład ma $Y = 2X$?

$Y \sim \ldots\ldots$

Zadanie 11 (1 punkt)**.** W nieprzywiedlnym łańcuchu Markowa o 6 stanach wszystkie stany są powracające okresowe z okresem d. Jakie wartości może przyjmować d?

$d \in \ldots\ldots$

Zadanie 12 (3 punkty)**.** Maszyna losująca rzuca 2 kostkami sześciennymi i do łącznej sumy oczek dodaje nieznaną liczbę całkowitą θ. W trzech losowaniach uzyskaliśmy następujące wyniki: 20, 23, 24. Podaj wartość funkcji wiarygodności dla poszczególnych wartości parametru θ. Zaznacz wartość parametru, którą daje metoda MLE.

θ	13	14	15	16	17	18	19
wynik	......	......	......	......	......	......	......

Zadanie 13 (2 punkty)**.** Niech X ma rozkład χ^2 z 1 stopniem swobody. Policz EX i wyraź $P(X \leq EX)$ przy użyciu dystrybuanty standardowego rozkładu normalnego Φ.

$EX = \ldots\ldots$ $\qquad\qquad$ $P(X \leq EX) = \ldots\ldots$