

# Zadanie zaliczeniowe 2012/2013

15 stycznia 2013

## 1 Model

Mamy daną jednowymiarową planszę składającą się z 10 pól. Na każdym z pól znajduje się jeden kryształ. Na pierwszym polu kryształ o numerze 1, na drugim o numerze 2, itd. Na pierwszym polu umieszczamy robota, którego zadaniem jest zebranie wszystkich dziesięciu kryształów w jak najkrótszym czasie. Robotem możemy sterować za pomocą trzech rozkazów.

- Idź w Prawo (P) — robot przesuwa się o jedno pole w prawo (np. z 1 na 2), jeśli jest na ostatnim polu planszy, to trafia na pole pierwsze. Robot o niczym nas nie informuje.
- Idź w Lewo (L) — jak wyżej, tylko w lewą stronę.
- Zbierz kryształ (Z) — jeśli kryształ z pola na którym robot się znajduje nie jest zebrany, to robot go zbiera i odsyła nam jego numer, w przeciwnym przypadku odsyła nam 0.

Wykonanie każdego z rozkazów zajmuje tyle samo czasu.

Jak widać, robot powinien móc zebrać wszystkie kryształy za pomocą 19 rozkazów (ZPZPZP... albo ZLZLZL...).

Niestety, robot jest wadliwy. Rozkazy P i L są wykonywane poprawnie z prawdopodobieństwem  $p$  (z prawdopodobieństwem  $1 - p$  robot pozostaje w tym samym miejscu). Rozkaz Z jest wykonywany poprawnie z prawdopodobieństwem  $q$  (z prawdopodobieństwem  $1 - q$  robot nie znajduje kryształu i odsyła nam 0). W obu sytuacjach zdarzenie *rozkaz wykonany poprawnie* jest niezależne od tego, co działo się wcześniej.

Inżynierowie stworzyli dwa proste algorytmy działania robota, pozwalające zebrać wszystkie kryształy.

**Robot lewicowy** działa w sposób następujący: w każdym kroku z prawdopodobieństwem  $l$  wykonuje rozkaz L, a w przeciwnym wypadku wykonuje rozkaz Z. Robot kończy działanie po zebraniu wszystkich kryształów.

**Robot młot** działa w sposób następujący:

1. Zbierz kryształ na polu 1 (wykonuj Z tak długo, jak trzeba).
2. Powtarzaj sekwencję PZ, tak długo, aż uda się zebrać jakiś kryształ. Numer tego kryształu to  $i$ , a liczba powtórzeń to  $l$ .
3. Oblicz  $m = \left\lceil \frac{l}{i-1} \right\rceil$ .

4. Dopóki nie zbierzesz wszystkich kryształów wykonuj sekwencję:  $m$  razy P i jeden raz Z.

Przykładowa sekwencja ruchów (indeks oznacza numer zebranego kryształu, brak indeksu = 0):

ZZZZ<sub>1</sub> PZPZPZPZPZ<sub>3</sub> PPPZPPPZPPPZ<sub>4</sub>PPPZ...

Pierwszy kryształ udało się zebrać za czwartym razem. Po 6 powtórzeniach sekwencji PZ zebraliśmy trzeci kryształ. Zatem  $m = \frac{6}{2} = 3$ .

## 2 Zadanie

- Dla  $p, q \in \{0.25, 0.5, 0.75\}$  (dziewięć kombinacji), przygotuj wykresy zależności oczekiwanego czasu zebrania wszystkich kryształów przez robota lewicowego w zależności od wartości  $l$ . Jakie  $l$  jest optymalne?
- Naukowcom udało się poprawić czujniki robota, osiągając  $q = 1$ . Niestety  $p$  nie jest znane; przyjmujemy, że jest losowane z rozkładem jednostajnym z przedziału  $(0, 1)$ . Stwórz algorytm, który będzie szacował wartość parametru  $p$  na podstawie obserwacji zachowania robota młota. Przedstaw wyniki działania swojego algorytmu w postaci wykresu typu scatter plot.
- Opracuj rozsądny algorytm zachowania robota dla  $p, q$  losowanych niezależnie z rozkładem jednostajnym z przedziału  $(0, 1)$ .
- Porównaj efektywność działania robota działającego zgodnie z Twoim algorytmem z działaniem robota lewicowego dla  $l = \frac{1}{2}$  i robota młota.
- Opisz metodę szacowania parametrów  $p$  i  $q$  na podstawie działania Twojego algorytmu.

## 3 Forma rozwiązania

Wynikiem zadania powinien być raport. Kod należy przygotować w R. Do przygotowania wykresów polecamy pakiet ggplot2. Działanie programu należy osobiście zaprezentować prowadzącemu.

Na zaliczenie należy rozwiązać wszystkie podpunkty na rozsądnym poziomie (np. w podpunkcie *oszacuj p* nie akceptujemy rozwiązań w stylu  $p = 1/2$ ). Dopuszczamy tutaj jednak pewną kreatywność — jeśli ktoś bardzo nie chce robić któregoś z podpunktów, to może zamiast tego bardzo porządnie zrobić inny podpunkt, albo zrobić coś według własnego pomysłu i uznania: dodatkowe symulacje, wykresy, algorytmy robota, rozważania teoretyczne itp. W razie wątpliwości, czy to co zrobiliśmy jest dostateczne na zaliczenie, zachęcamy do odpowiednio wcześniejszej konsultacji z prowadzącym (przed terminem oddania projektu).