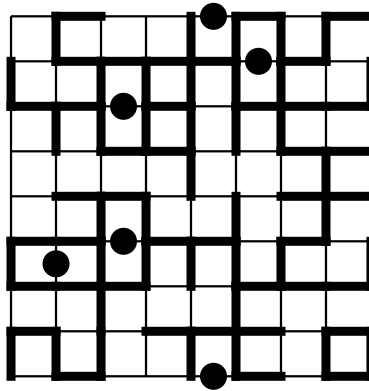


Kolokwium poprawkowe z RPiS, 25 stycznia 2022

Zadanie 1 (10 pkt). Każdą ze ścianek kostki czworościennej kolorujemy niezależnie na zielono z prawdopodobieństwem $1/2$ lub czarno z prawdopodobieństwem $1/2$. Rzucamy kostką cztery razy, dwa razy wypada zielona ścianka, dwa razy wypada czarna ścianka. Jakie jest prawdopodobieństwo, że kostka ma 3 ścianki czarne i jedną zieloną?

Zadanie 2 (10 pkt). Rozważmy ciąg $n + 1$ zmiennych losowych X_0, \dots, X_n , takich, że X_0 jest funkcją stałą przyjmującą wartość m , gdzie m jest dodatnią liczbą naturalną, a dla każdego $i = 1, \dots, n$ rozkładem zmiennej X_n pod warunkiem, że $X_{n-1} = k$, jest rozkład dwumianowy $\text{Binom}(k, i/n)$. Jaki rozkład ma zmienna X_n ?

Zadanie 3 (10 pkt). Tworzymy grę komputerową toczącą się na mapie o wymiarach $n \times n$ kwadratów. Nasza mapa jest zawinięta, tzn. po przekroczeniu prawej krawędzi mapy pojawia się po lewej stronie, i analogicznie w pozostałych kierunkach. Każda krawędź między dwoma kwadratami jest niezależnie ścianą z prawdopodobieństwem $\frac{1}{2}$ lub pusta z prawdopodobieństwem $\frac{1}{2}$. W komnatach złożonych z dwóch pól znajdują się skarby (rysunek). Niech X będzie liczbą skarbów. Na mapie poniżej ($n = 8$) jest 5 skarbów (skarby na górze i na dole to ten sam skarby).



- Oblicz EX . (3 pkt)
- Oblicz $\text{Var}X$. (4 pkt)
- Oszacuj z góry prawdopodobieństwo, że na mapie nie będzie skarbów. (3 pkt)

UWAGA: Zadania oddajemy przez Moodle, każde zadanie osobno. Dopuszczamy rozwiązania złożone na komputerze oraz wyraźne zdjęcia lub skany. Można też dostaczyć podpisaną kartkę z rozwiązaniem osobiście do pokoju 4580 w godzinach 14:05-14:10. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.

