

## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.





## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.





## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.





## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmiennie losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.





## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.





## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.





## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.





## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.





## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmiennie losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.





## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.





## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmiennie losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.





## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.





## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.





## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.





## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmiennie losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.





## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.





## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.





## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Zadanie 1** (12 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do wyrzucenia pierwszej szóstki. Niech  $N$  będzie liczbą wykonanych rzutów. Następnie losujemy  $X$  ze zbioru  $\{1, \dots, N\}$ . Dla jakiego  $n$  prawdopodobieństwo  $P(N = n | X > 6)$  jest największe? Policz to prawdopodobieństwo.

**Zadanie 2** (12 punktów). Na każdej z 57 kart jest 8 z 57 różnych symboli. Każdy symbol pojawia się na dokładnie 8 kartach. Każde dwie karty mają dokładnie jeden symbol wspólny, i każda para symboli współwystępuje na dokładnie 1 karcie.

Każdy z graczy dostaje po 17 kart. Niech  $X$  będzie liczbą symboli, które nie występują na żadnej z naszych 17 kart.

- a) Policz  $EX$ . (4 punkty)
- b) Policz  $\text{Var } X$ . (4 punkty)
- c) Oszacuj z góry prawdopodobieństwo tego, że na naszych 17 kartach występuje wszystkich 57 symboli. (4 punkty)

*Wskazówka:* Rozwiązać to zadanie jest łatwiej, niż znaleźć zestaw kart o zadanych własnościach.

**Zadanie 3** (12 punktów). Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że  $E|X_i| < \infty$  (zmienne losowe te nie muszą być niezależne, nie muszą mieć też jednakowego rozkładu). Niech  $Y = \max X_i$ . Pokaż, że:

- a)  $EY < \infty$ , (3 punkty)
- b)  $EX_k \leq EY$  dla każdego  $k$ , (3 punkty)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 punkty)
- d) Pokaż, że nie musi być prawdą, że  $E|X_k| \leq E|Y|$  dla każdego  $k$ . (3 punkty)

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Problem 1** (12 points). We roll a six-sided die until we roll the first six. Let  $N$  be the number of rolls. Next, we randomly choose  $X$  from the set  $\{1, \dots, N\}$ . For what  $n$  is the probability  $P(N = n | X > 6)$  the greatest? Compute this probability.

**Problem 2** (12 points). On each of 57 cards there are 8 out of 57 different symbols. Every symbol appears on exactly 8 cards. Each two cards have exactly one common symbol, and each pair of symbols appears together on exactly one card.

Every player gets 17 cards. Let  $X$  be the number of symbols which do not appear on any of our 17 cards.

- a) Compute  $EX$ . (4 points)
- b) Compute  $\text{Var } X$ . (4 points)
- c) Give the upper bound for the probability of the following event: all 57 symbols appear on our 17 cards. (4 points)

*Hint:* It is easier to solve this problem than to actually construct such a set of cards.

**Problem 3** (12 points). Let  $X_1, X_2, \dots, X_n$  be a sequence of random variables such that  $E|X_i| < \infty$  (note that the variables may not be independent nor identically distributed). Let  $Y = \max X_i$ . Show that:

- a)  $EY < \infty$ , (3 points)
- b)  $EX_k \leq EY$  for all  $k$ , (3 points)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 points)
- d) Show that the following need not be true:  $E|X_k| \leq E|Y|$  for all  $k$ . (3 points)

**NOTE:** Every problem should be solved on a separate piece of paper, signed with first name, last name, and the student ID number. All answers and computations should be explained.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Problem 1** (12 points). We roll a six-sided die until we roll the first six. Let  $N$  be the number of rolls. Next, we randomly choose  $X$  from the set  $\{1, \dots, N\}$ . For what  $n$  is the probability  $P(N = n | X > 6)$  the greatest? Compute this probability.

**Problem 2** (12 points). On each of 57 cards there are 8 out of 57 different symbols. Every symbol appears on exactly 8 cards. Each two cards have exactly one common symbol, and each pair of symbols appears together on exactly one card.

Every player gets 17 cards. Let  $X$  be the number of symbols which do not appear on any of our 17 cards.

- a) Compute  $EX$ . (4 points)
- b) Compute  $\text{Var } X$ . (4 points)
- c) Give the upper bound for the probability of the following event: all 57 symbols appear on our 17 cards. (4 points)

*Hint:* It is easier to solve this problem than to actually construct such a set of cards.

**Problem 3** (12 points). Let  $X_1, X_2, \dots, X_n$  be a sequence of random variables such that  $E|X_i| < \infty$  (note that the variables may not be independent nor identically distributed). Let  $Y = \max X_i$ . Show that:

- a)  $EY < \infty$ , (3 points)
- b)  $EX_k \leq EY$  for all  $k$ , (3 points)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 points)
- d) Show that the following need not be true:  $E|X_k| \leq E|Y|$  for all  $k$ . (3 points)

**NOTE:** Every problem should be solved on a separate piece of paper, signed with first name, last name, and the student ID number. All answers and computations should be explained.





## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Problem 1** (12 points). We roll a six-sided die until we roll the first six. Let  $N$  be the number of rolls. Next, we randomly choose  $X$  from the set  $\{1, \dots, N\}$ . For what  $n$  is the probability  $P(N = n | X > 6)$  the greatest? Compute this probability.

**Problem 2** (12 points). On each of 57 cards there are 8 out of 57 different symbols. Every symbol appears on exactly 8 cards. Each two cards have exactly one common symbol, and each pair of symbols appears together on exactly one card.

Every player gets 17 cards. Let  $X$  be the number of symbols which do not appear on any of our 17 cards.

- a) Compute  $EX$ . (4 points)
- b) Compute  $\text{Var } X$ . (4 points)
- c) Give the upper bound for the probability of the following event: all 57 symbols appear on our 17 cards. (4 points)

*Hint:* It is easier to solve this problem than to actually construct such a set of cards.

**Problem 3** (12 points). Let  $X_1, X_2, \dots, X_n$  be a sequence of random variables such that  $E|X_i| < \infty$  (note that the variables may not be independent nor identically distributed). Let  $Y = \max X_i$ . Show that:

- a)  $EY < \infty$ , (3 points)
- b)  $EX_k \leq EY$  for all  $k$ , (3 points)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 points)
- d) Show that the following need not be true:  $E|X_k| \leq E|Y|$  for all  $k$ . (3 points)

**NOTE: Every problem should be solved on a separate piece of paper, signed with first name, last name, and the student ID number. All answers and computations should be explained.**



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Problem 1** (12 points). We roll a six-sided die until we roll the first six. Let  $N$  be the number of rolls. Next, we randomly choose  $X$  from the set  $\{1, \dots, N\}$ . For what  $n$  is the probability  $P(N = n | X > 6)$  the greatest? Compute this probability.

**Problem 2** (12 points). On each of 57 cards there are 8 out of 57 different symbols. Every symbol appears on exactly 8 cards. Each two cards have exactly one common symbol, and each pair of symbols appears together on exactly one card.

Every player gets 17 cards. Let  $X$  be the number of symbols which do not appear on any of our 17 cards.

- a) Compute  $EX$ . (4 points)
- b) Compute  $\text{Var } X$ . (4 points)
- c) Give the upper bound for the probability of the following event: all 57 symbols appear on our 17 cards. (4 points)

*Hint:* It is easier to solve this problem than to actually construct such a set of cards.

**Problem 3** (12 points). Let  $X_1, X_2, \dots, X_n$  be a sequence of random variables such that  $E|X_i| < \infty$  (note that the variables may not be independent nor identically distributed). Let  $Y = \max X_i$ . Show that:

- a)  $EY < \infty$ , (3 points)
- b)  $EX_k \leq EY$  for all  $k$ , (3 points)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 points)
- d) Show that the following need not be true:  $E|X_k| \leq E|Y|$  for all  $k$ . (3 points)

**NOTE: Every problem should be solved on a separate piece of paper, signed with first name, last name, and the student ID number. All answers and computations should be explained.**



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Problem 1** (12 points). We roll a six-sided die until we roll the first six. Let  $N$  be the number of rolls. Next, we randomly choose  $X$  from the set  $\{1, \dots, N\}$ . For what  $n$  is the probability  $P(N = n | X > 6)$  the greatest? Compute this probability.

**Problem 2** (12 points). On each of 57 cards there are 8 out of 57 different symbols. Every symbol appears on exactly 8 cards. Each two cards have exactly one common symbol, and each pair of symbols appears together on exactly one card.

Every player gets 17 cards. Let  $X$  be the number of symbols which do not appear on any of our 17 cards.

- a) Compute  $EX$ . (4 points)
- b) Compute  $\text{Var } X$ . (4 points)
- c) Give the upper bound for the probability of the following event: all 57 symbols appear on our 17 cards. (4 points)

*Hint:* It is easier to solve this problem than to actually construct such a set of cards.

**Problem 3** (12 points). Let  $X_1, X_2, \dots, X_n$  be a sequence of random variables such that  $E|X_i| < \infty$  (note that the variables may not be independent nor identically distributed). Let  $Y = \max X_i$ . Show that:

- a)  $EY < \infty$ , (3 points)
- b)  $EX_k \leq EY$  for all  $k$ , (3 points)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 points)
- d) Show that the following need not be true:  $E|X_k| \leq E|Y|$  for all  $k$ . (3 points)

**NOTE: Every problem should be solved on a separate piece of paper, signed with first name, last name, and the student ID number. All answers and computations should be explained.**



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Problem 1** (12 points). We roll a six-sided die until we roll the first six. Let  $N$  be the number of rolls. Next, we randomly choose  $X$  from the set  $\{1, \dots, N\}$ . For what  $n$  is the probability  $P(N = n | X > 6)$  the greatest? Compute this probability.

**Problem 2** (12 points). On each of 57 cards there are 8 out of 57 different symbols. Every symbol appears on exactly 8 cards. Each two cards have exactly one common symbol, and each pair of symbols appears together on exactly one card.

Every player gets 17 cards. Let  $X$  be the number of symbols which do not appear on any of our 17 cards.

- a) Compute  $EX$ . (4 points)
- b) Compute  $\text{Var } X$ . (4 points)
- c) Give the upper bound for the probability of the following event: all 57 symbols appear on our 17 cards. (4 points)

*Hint:* It is easier to solve this problem than to actually construct such a set of cards.

**Problem 3** (12 points). Let  $X_1, X_2, \dots, X_n$  be a sequence of random variables such that  $E|X_i| < \infty$  (note that the variables may not be independent nor identically distributed). Let  $Y = \max X_i$ . Show that:

- a)  $EY < \infty$ , (3 points)
- b)  $EX_k \leq EY$  for all  $k$ , (3 points)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 points)
- d) Show that the following need not be true:  $E|X_k| \leq E|Y|$  for all  $k$ . (3 points)

**NOTE: Every problem should be solved on a separate piece of paper, signed with first name, last name, and the student ID number. All answers and computations should be explained.**





## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Problem 1** (12 points). We roll a six-sided die until we roll the first six. Let  $N$  be the number of rolls. Next, we randomly choose  $X$  from the set  $\{1, \dots, N\}$ . For what  $n$  is the probability  $P(N = n | X > 6)$  the greatest? Compute this probability.

**Problem 2** (12 points). On each of 57 cards there are 8 out of 57 different symbols. Every symbol appears on exactly 8 cards. Each two cards have exactly one common symbol, and each pair of symbols appears together on exactly one card.

Every player gets 17 cards. Let  $X$  be the number of symbols which do not appear on any of our 17 cards.

- a) Compute  $EX$ . (4 points)
- b) Compute  $\text{Var } X$ . (4 points)
- c) Give the upper bound for the probability of the following event: all 57 symbols appear on our 17 cards. (4 points)

*Hint:* It is easier to solve this problem than to actually construct such a set of cards.

**Problem 3** (12 points). Let  $X_1, X_2, \dots, X_n$  be a sequence of random variables such that  $E|X_i| < \infty$  (note that the variables may not be independent nor identically distributed). Let  $Y = \max X_i$ . Show that:

- a)  $EY < \infty$ , (3 points)
- b)  $EX_k \leq EY$  for all  $k$ , (3 points)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 points)
- d) Show that the following need not be true:  $E|X_k| \leq E|Y|$  for all  $k$ . (3 points)

**NOTE: Every problem should be solved on a separate piece of paper, signed with first name, last name, and the student ID number. All answers and computations should be explained.**



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Problem 1** (12 points). We roll a six-sided die until we roll the first six. Let  $N$  be the number of rolls. Next, we randomly choose  $X$  from the set  $\{1, \dots, N\}$ . For what  $n$  is the probability  $P(N = n | X > 6)$  the greatest? Compute this probability.

**Problem 2** (12 points). On each of 57 cards there are 8 out of 57 different symbols. Every symbol appears on exactly 8 cards. Each two cards have exactly one common symbol, and each pair of symbols appears together on exactly one card.

Every player gets 17 cards. Let  $X$  be the number of symbols which do not appear on any of our 17 cards.

- a) Compute  $EX$ . (4 points)
- b) Compute  $\text{Var } X$ . (4 points)
- c) Give the upper bound for the probability of the following event: all 57 symbols appear on our 17 cards. (4 points)

*Hint:* It is easier to solve this problem than to actually construct such a set of cards.

**Problem 3** (12 points). Let  $X_1, X_2, \dots, X_n$  be a sequence of random variables such that  $E|X_i| < \infty$  (note that the variables may not be independent nor identically distributed). Let  $Y = \max X_i$ . Show that:

- a)  $EY < \infty$ , (3 points)
- b)  $EX_k \leq EY$  for all  $k$ , (3 points)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 points)
- d) Show that the following need not be true:  $E|X_k| \leq E|Y|$  for all  $k$ . (3 points)

**NOTE: Every problem should be solved on a separate piece of paper, signed with first name, last name, and the student ID number. All answers and computations should be explained.**



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Problem 1** (12 points). We roll a six-sided die until we roll the first six. Let  $N$  be the number of rolls. Next, we randomly choose  $X$  from the set  $\{1, \dots, N\}$ . For what  $n$  is the probability  $P(N = n | X > 6)$  the greatest? Compute this probability.

**Problem 2** (12 points). On each of 57 cards there are 8 out of 57 different symbols. Every symbol appears on exactly 8 cards. Each two cards have exactly one common symbol, and each pair of symbols appears together on exactly one card.

Every player gets 17 cards. Let  $X$  be the number of symbols which do not appear on any of our 17 cards.

- a) Compute  $EX$ . (4 points)
- b) Compute  $\text{Var } X$ . (4 points)
- c) Give the upper bound for the probability of the following event: all 57 symbols appear on our 17 cards. (4 points)

*Hint:* It is easier to solve this problem than to actually construct such a set of cards.

**Problem 3** (12 points). Let  $X_1, X_2, \dots, X_n$  be a sequence of random variables such that  $E|X_i| < \infty$  (note that the variables may not be independent nor identically distributed). Let  $Y = \max X_i$ . Show that:

- a)  $EY < \infty$ , (3 points)
- b)  $EX_k \leq EY$  for all  $k$ , (3 points)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 points)
- d) Show that the following need not be true:  $E|X_k| \leq E|Y|$  for all  $k$ . (3 points)

**NOTE:** Every problem should be solved on a separate piece of paper, signed with first name, last name, and the student ID number. All answers and computations should be explained.



## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 18 stycznia 2018

**Problem 1** (12 points). We roll a six-sided die until we roll the first six. Let  $N$  be the number of rolls. Next, we randomly choose  $X$  from the set  $\{1, \dots, N\}$ . For what  $n$  is the probability  $P(N = n | X > 6)$  the greatest? Compute this probability.

**Problem 2** (12 points). On each of 57 cards there are 8 out of 57 different symbols. Every symbol appears on exactly 8 cards. Each two cards have exactly one common symbol, and each pair of symbols appears together on exactly one card.

Every player gets 17 cards. Let  $X$  be the number of symbols which do not appear on any of our 17 cards.

- a) Compute  $EX$ . (4 points)
- b) Compute  $\text{Var } X$ . (4 points)
- c) Give the upper bound for the probability of the following event: all 57 symbols appear on our 17 cards. (4 points)

*Hint:* It is easier to solve this problem than to actually construct such a set of cards.

**Problem 3** (12 points). Let  $X_1, X_2, \dots, X_n$  be a sequence of random variables such that  $E|X_i| < \infty$  (note that the variables may not be independent nor identically distributed). Let  $Y = \max X_i$ . Show that:

- a)  $EY < \infty$ , (3 points)
- b)  $EX_k \leq EY$  for all  $k$ , (3 points)
- c)  $E|Y| < \infty$ , (3 points)
- d) Show that the following need not be true:  $E|X_k| \leq E|Y|$  for all  $k$ . (3 points)

**NOTE:** Every problem should be solved on a separate piece of paper, signed with first name, last name, and the student ID number. All answers and computations should be explained.

