

## Kolokwium poprawkowe z RPiS, 17 stycznia 2013

**Zadanie 1** (10 punktów). Rzucamy kostką sześcienną do uzyskania pierwszej piątki lub szóstki. Dla  $A \subseteq \{1, \dots, 6\}$ , niech  $X_A$  oznacza, ile razy wypadła liczba oczek ze zbioru  $A$ .

- A Dla jakich  $A$ ,  $X_A$  ma rozkład geometryczny  $\text{Geom}(p)$  dla pewnego  $p$ ,  $0 < p \leq 1$ ? (5 pkt)
- B Podaj przykład takich dwóch zbiorów  $A$  i  $B$ , że zmienne losowe  $X_A$  i  $X_B$  nie są stałymi i są niezależne. (5 pkt)

**Zadanie 2** (10 punktów). W związku z kryzysem dyrekcja Bajtockich Zakładów Dezynfekcji Elektrycznych Termoforów zapowiedziała swoim pracownikom kolejne cięcia w wynagrodzeniach. Pensja Bajtazara jest liczbą  $n$ -cyfrową  $P = \sum_{i=0}^{n-1} 10^i c_i$ , gdzie  $c_i \in \{0, \dots, 9\}$ . Każda z  $n$  cyfr zostanie usunięta niezależnie z prawdopodobieństwem  $p$ . Pomóż Bajtazarowi policzyć wartość oczekiwaną otrzymanej liczby.

*Wskazówka:* wyraż wynik w postaci  $\sum_{i=0}^{n-1} c_i f(i)$ , dla pewnej funkcji  $f(i)$  (można i należy podać zwarty wzór na  $f(i)$ ).

**Zadanie 3** (10 punktów). Fabryka wyprodukowała  $n$  robotów do zbierania kryształów, z których każdy jest wadliwy z prawdopodobieństwem  $q$ . Każdy z robotów został poddany testowi. Jeśli robot jest wadliwy, to test to wykrywa z prawdopodobieństwem  $p$ ; test nigdy nie wykrywa wad w robotach prawidłowych. Zakładamy, że test wykrył  $Z$  robotów wadliwych.

- A Jaka jest wartość oczekiwana liczby wadliwych robotów  $X$  pod warunkiem, że  $Z = z$ ? (3 pkt)
- B Jaka jest wariancja  $X$ , pod tym samym warunkiem? (3 pkt)
- C Oszacuj z góry prawdopodobieństwo, że  $X \geq 670$ , dla  $n = 1000$ ,  $p = q = \frac{1}{2}$ ,  $Z = 340$ . (do 4 pkt)

*Wskazówka:* oczekiwane rozwiązanie punktu C nie korzysta z rozwiązania punktu B.

**UWAGA:** Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.