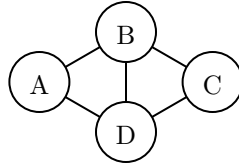


Egzamin z RPiS (część II – 90 minut), 5 lutego 2019

Zadanie 1 (10 punktów). Mamy b kul białych i c kul czarnych w urnie ($b > c$). Wyciągamy kule bez zwracania, aż urna będzie pusta. Pokazać, że prawdopodobieństwo, że przez cały czas w urnie będzie więcej kul białych niż czarnych jest równe $\frac{b-c}{b+c}$.

Zadanie 2 (10 punktów). Dwoje dzieci zgubiło się w jaskini przedstawionej na rysunku. Na początku dzieci znajdują się w punktach A i C. W każdej minucie jedno z dzieci (losowo wybrane) przemieszcza się do losowo wybranej sąsiedniej komnaty (wszystkie losowania są niezależne). Gdy dzieci się spotkają, będą mogły wspólnie wymyślić sposób na wyjście z jaskini. Niech X będzie liczbą minut, po której dzieci się spotkają.

- Podaj wartość oczekiwaną X . (5p)
- Jakie jest prawdopodobieństwo, że dzieci spotkają się w punkcie A? (5p)



Zadanie 3 (10 punktów). Niech X_1 i X_2 będą dwoma niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładzie $\text{Exp}(\theta)$, a $Y = \frac{X_1}{X_1 + X_2}$. Przyjmujemy, że $a \in \mathbb{R}, b \in (0, 1), \theta > 0$.

- Jaki jest rozkład zmiennej losowej Y ? (5p.)
- Policz prawdopodobieństwo, że $X_2 \geq a$, pod warunkiem, że $Y \leq b$. (5p.)

UWAGA: Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.

