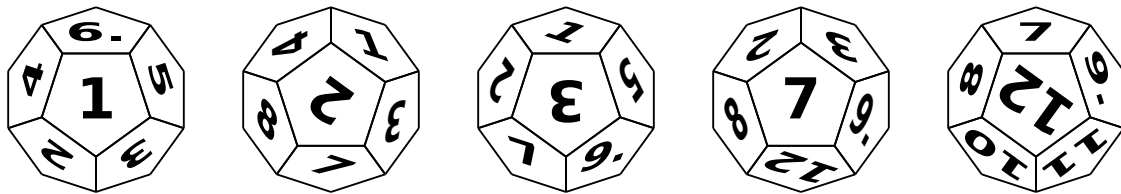


Egzamin poprawkowy z RPiS (część II – 105 minut), 19 lutego 2018

Zadanie 1 (12 punktów). Mała Małgosia rzuca jednocześnie n monetami. Małgosia bardzo lubi orły, także rzucanie powtarza aż do momentu, gdy wypadną same reszki. Oblicz wartość oczekiwaną łącznej liczby orłów podczas całej zabawy.

Przykładowo, dla $n = 3$: *ROO ROR OOO RRR* – po czwartej serii Małgosia przerywa zabawę, wypadło łącznie 6 orłów.

Zadanie 2 (12 punktów). Standardowa kostka dwunastościenna ma kształt dwunastościanu foremego. Na ścianach są liczby od 1 do 12, liczby po przeciwnych stronach sumują się do 13. Na początku kostka zwrócona jest 1 do góry. Gracze wykonują ruchy na przemian. W każdym ruchu gracz przetacza kostkę przez losowo wybraną krawędź (na kostce z rysunku poniżej po 1 ruchu na górze mogło być 2, 3, 4, 5 lub 6). Wygrywa gracz, po którego ruchu na górze znajdzie się 12. W grze poniżej gracz drugi wygrał po czterech ruchach.



- (a) Podaj wartość oczekiwaną liczby ruchów podczas całej gry. (6p)
(b) Jakie jest prawdopodobieństwo wygranej gracza pierwszego? (6p)

Zadanie 3 (12 punktów). *Splotem* dwóch funkcji $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ nazywamy funkcję $f \star g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ zadaną wzorem $(f \star g)(n) = \sum_{k=0}^n f(k)g(n-k)$. Niech X będzie zmienną losową o rozkładzie geometrycznym z parametrem p . Wyraż $E(f \star g)(X)$ przy pomocy $Ef(X)$, $Eg(X)$ i p (innymi słowy, znajdź taką funkcję $h : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, że $E(f \star g)(X) = h(Ef(X), Eg(X), p)$).

UWAGA: Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.

