

Egzamin z RPiS (część II - 105 minut), 29 stycznia 2013

Zadanie 1 (10 punktów). Niech $X = \{1, \dots, n\}$. Niech Ω będzie zbiorem wszystkich podzbiorów zbioru X , i wylosowanie każdego podzbioru jest równie prawdopodobne. Losujemy jeden zbiór A .

- A Policz wartość oczekiwaną sumy elementów zbioru A . (5 punktów)
- B Policz wartość oczekiwaną sumy elementów zbioru A pod warunkiem, że jest to zbiór k -elementowy. (5 punktów)

Zadanie 2 (10 punktów). Ekspres do kawy w klubie pracowniczym Bajtockich Zakładów Sportowych po wrzuceniu monety, jeśli tylko działa:

- z prawdopodobieństwem 0,9 przygotowuje kawę,
- z prawdopodobieństwem 0,09 przygotowuje wrzątek,
- z prawdopodobieństwem 0,01 psuje się i już nic więcej nie chce przygotować.

Niech X oznacza liczbę kaw, które ekspres zdąży przygotować, zanim się zepsuje, a Y liczbę wrzątków.

- A Policz EX . (2 punkty)
- B Policz $\text{Var}(X)$. (3 punkty)
- C Wyznacz najmniejsze $a > 0$, dla którego $P(X > n) = O(a^n)$. (2 punkty)
- D Czy zmienne losowe X i Y są niezależne? (3 punkty)

Zadanie 3 (10 punktów). Mała Małgosia bawi się talerzami. Na początku zabawy ma przed sobą 4 talerze. W każdym ruchu wybiera losowo dwa spośród widocznych talerzy i kładzie jeden z nich na drugi (talerz przykryty innym talerzem staje się niewidoczny).

- Podaj wartość oczekiwaną liczby ruchów, które Małgosia wykona, aż wszystkie 4 talerze będą na jednym stosie. (5 punktów)
- Jakie jest prawdopodobieństwo, że na końcu na samym dole będzie ten talerz, który został przykryty w pierwszym ruchu? (5 punktów)

UWAGA: Każde zadanie oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Wszystkie odpowiedzi i obliczenia należy uzasadnić.