Proseminarium

Układy Dynamiczne

rok akad. 2018/19

Propozycje tematów prac licencjackich

Dynamika homeomorfizmów okręgu

1. Twierdzenie Denjoy i kontrprzykłady

Literatura.

S. W. Fomin, I. P. Kornfeld, J. G. Sinaj, *Teoria ergodyczna*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1987.

J. Milnor, *Introductory Dynamics Lectures*, http://www.math.stonybrook.edu/~jack/DYNOTES/dn15.pdf.

Miara i wymiar Hausdorffa

2. Nieskończone układy samopodobne IFS i formuła Bowena

Literatura.

R. D. Mauldin and M. Urbański, *Dimensions and measures in infinite iterated function systems*, Proc. London Math. Soc. (3) 73 (1996), no. 1, 105–154.

M. Hille, *Remarks on limit sets of infinite iterated function systems*, Monatsch. Math. 168 (2012), 215–237.

J. Hutchinson, *Fractals and self-similarity*, Indiana Univ. Math. J. 30 (1981), 713–747.

3. Twierdzenie Lebesgue'a o punktach gęstości dla miary Lebesgue'a i (częściowe) odpowiedniki dla miar Hausdorffa

Literatura.

K. Falconer, *Fractal geometry. Mathematical foundations and applications*, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, 2003.

P. Mattila, *Geometry of sets and measures in Euclidean spaces. Fractals and rectifiability*, Cambridge University Press, Cambridge, 1995, rozdział 6.

E. Ayer, R. Strichartz, *Exact Hausdorff measure and intervals of maximum density for Cantor sets*, Trans. Amer. Math. Soc. 351 (1999), 3725–3741.

4. Typowość wymiaru (Hausdorffa, pakującego) wykresu i nieróżniczkowalności funkcji ciągłej na odcinku, w sensie topologicznym i 'prevalence'

Literatura.

J. M. Fraser, J. T. Hyde, *The Hausdorff dimension of graphs of prevalent continuous functions*, Real Anal. Exch. 37 (2011/2012), no. 2, 333–351.

P. D. Humke, G. Petruska, *The packing dimension of a typical continuous function is 2*, Real Anal. Exch. 14 (1988/1989), no 2, 345–358.

B. R. Hunt, *The prevalence of continuous nowhere differentiable functions*, Proc. Amer. Math. Soc. 122 (1994), no. 3, 711–717.

J. Hyde, V. Laschos, L. Olsen, I. Petrykiewicz, A. Shaw, *On the box dimensions of graphs of typical continuous functions*, J. Math. Anal. Appl. 391 (2012), no. 2, 567–581.

R. D. Mauldin and M. Urbański, *Dimensions and measures in infinite iterated function systems*, Proc. London Math. Soc. (3) 73 (1996), no. 1, 105–154.

Iterowane układy funkcyjne i atraktory

5. Miary niezmiennicze (stacjonarne) dla układów IFS. Sploty Bernoulliego

Literatura.

P. Erdös, *On a family of symmetric Bernoulli convolutions*, Amer. J. Math. 61 (1939), 974–976.

Y. Peres, W. Schlag, B. Solomyak, *Sixty years of Bernoulli convolutions*, Fractal geometry and stochastics, II (Greifswald/Koserow, 1998), 39–65, Progr. Probab., 46, Birkhäuser, Basel, 2000.

Y. Peres and B. Solomyak, *Absolute continuity of Bernoulli convolutions, a simple proof*, Math. Res. Lett. 3 (1996), no. 2, 231–239.

F. Przytycki, M. Urbański, *On the Hausdorff dimension of some fractal sets*, Studia Math. 93 (1989), no. 2, 155–186.

P. Shmerkin, *On the exceptional set for absolute continuity of Bernoulli convolutions*, Geom. Funct. Anal. 24 (2014), no. 3, 946–958.

6. Układy IFS złożone z homeomorfizmow okręgu, homeomorfizmów odcinka, przekształceń Möbiusa w $\mathbb{C}$

Literatura.

A. Ambroladze, H. Wallin, *Random iteration of Möbius transformations and Furstenberg's theorem*, Ergodic Theory Dynam. Systems 20 (2000), 953–962.

A. Navas, *Groups of circle diffeomorphisms*, https://xxx.lanl.gov/abs/math/0607481 (niewielkie fragmenty).

A. Vince, *Möbius Iterated Function Systems*, Trans. Amer. Math. Soc. 365 (2013), 491–503.

7. Afiniczne IFS na płaszczyźnie – dywany McMullena, uogólnienia

Literatura.

B. Bárány, *Bedford–McMullen carpets – an example in dimension theory of self-affine sets*, http://bcc.impan.pl/15Simons-I/uploads/B_Barany.pdf.

Ch. Bishop, Y. Peres, *Fractals in probability and analysis*, Cambridge University Press, Cambridge, 2017.

C. McMullen, *The Hausdorff dimension of general Sierpiński carpets*, Nagoya Math. J. 96 (1984), 1–9.

8. Nieliniowe układy na płaszczyźnie z różnymi kontrakcjami – wykresy funkcji nieróżniczkowalnych typu Weierstrassa

Literatura.

K. Barański, *Dimension of the graphs of the Weierstrass-type functions*, Fractal geometry and stochastics V, 77–91, Progr. Probab., 70, Birkhäuser/Springer, Cham, 2015.

B. R. Hunt, *The Hausdorff dimension of graphs of Weierstrass functions*, Proc. Amer. Math. Soc. 126 (1998), no. 3, 791–800.

R. D. Mauldin, S. C. Williams, *On the Hausdorff dimension of some graphs*, Trans. Amer. Math. Soc. 298 (1986), no. 2, 793–803.

F. Przytycki, M. Urbański, *On the Hausdorff dimension of some fractal sets*, Studia Math. 93 (1989), no. 2, 155–186.

Elementy teorii ergodycznej w dynamice jednowymiarowej

9. Miary niezmiennicze dla przekształceń odcinka. Istnienie miary niezmienniczej równoważnej mierze Lebesgue'a. Twierdzenia typu Lasoty–Yorka

Literatura.

A. Boyarsky, P. Góra, *Laws of chaos. Invariant measures and dynamical systems in one dimension*, Probability and its Applications. Birkhäuser Boston, Inc., Boston, 1997.

Elementy dynamiki holomorficznej

10. Bukiety Cantora, continua nierozkładalne, dziwne własności zbioru końców włosów dla zespolonych przekształceń $\lambda \exp$

Literatura.

C. Bodelón, R. L. Devaney, M. Hayes, G. Roberts, L. R. Goldberg, J. H. Hubbard, *Hairs for the complex exponential family*, Internat. J. Bifur. Chaos Appl. Sci. Engrg. 9 (1999), no. 8, 1517–1534.

R. L. Devaney, M. Krych, *Dynamics of* $\exp(z)$, Ergodic Theory Dynam. Systems 4 (1984), 35–52.

R. L. Devaney, *A survey of exponential dynamics*, Proceedings of the Sixth International Conference on Difference Equations, 105–122, CRC, Boca Raton, 2004.

R. L. Devaney, X. Jarque, *Indecomposable continua in exponential dynamics*, Conform. Geom. Dyn. 6 (2002), 1–12.

B. Karpińska, *Area and Hausdorff dimension of the set of accessible points of the Julia sets of* λe^z *and* $\lambda \sin z$, Fund. Math. 159 (1999), 269–287.

B. Karpińska, *Hausdorff dimension of the hairs without endpoints for* λe^z, C. R. Acad. Sci. Paris Ser. I Math. 328 (1999), 1039–1044.

C. T. McMullen, *Area and Hausdorff dimension of Julia sets of entire functions*, Trans. Amer. Math. Soc. 300 (1987), 329–342.

11. Gęstość obrazów typowej prostej przy iteracjach zespolonego przekształcenia exp. Uogólnienia

Literatura.

N. Dobbs, *Line, spiral, dense*, Enseign. Math. 62 (2016), no. 1-2, 91–107.