

# Egzamin z Analizy Matematycznej

## Uniwersytet Warszawski Wydział Nauk Ekonomicznych

7 czerwca 2010 r.

**UWAGA:** Każde zadanie należy rozwiązać na oddzielnej kartce. Każda kartka powinna być czytelnie podpisana (imię, nazwisko, nr indeksu, nazwisko prowadzącego ćwiczenia). Za każde zadanie można otrzymać maksymalnie 10 pkt. Czas egzaminu: 2,5 godz. Nie wolno używać kalkulatorów! Każdą odpowiedź należy starannie uzasadnić!

1. Obliczyć granicę ciągu  $a_n$ , gdzie

$$a_n = \frac{2}{3^1} + \frac{4}{3^2} + \frac{6}{3^3} + \frac{8}{3^4} + \cdots + \frac{2n}{3^n}.$$

2. Obliczyć lewostronną granicę funkcji

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} (\operatorname{tg} x \cdot \sqrt{1 - \sin x}).$$

3. Boisko piłkarskie ma kształt prostokąta o wymiarach 60 m  $\times$  100 m. Na środkach krótszych boków znajdują się bramki o szerokości 7 m. Z którego punktu dłuższego boku boiska należy wykonać strzał na bramkę przeciwnika, aby szansa strzelenia gola była największa? Przyjmujemy, że szansa strzelenia gola jest tym większa, im większa jest miara kąta wyznaczonego przez odcinki łączące punkt strzału z podstawami słupków bramki.

4. Znaleźć najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x, y) = x^2 - 4x - 2xy + 2y^2 + 2y$$

określonej na kwadracie  $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}$ .

5. Pewien człowiek kupił cztery kwadratowe działki o łącznej powierzchni 9300 m<sup>2</sup>, po jednej działce w miastach A, B, C i D. Jaki jest maksymalny koszt ogrodzenia tych działek, jeśli wiadomo, że koszt 1 m długości ogrodzenia w miastach A i B wynosi 20 zł, w mieście C — 25 zł, a w mieście D — 30 zł?

6. Obliczyć pole ograniczonego obszaru zawartego pomiędzy parabolą o równaniu  $x = 8 - y^2$  i prostą o równaniu  $y = \frac{x}{2}$ .